

电工学重要公式实用手册

目 录

1. 电 磁 (1)

1.1	电阻电路	1
1.2	导体的电阻	4
1.3	直流电网络	8
1.4	电池的连接方法和电流	11
1.5	电阻的 $Y \rightarrow \Delta$ 变换和 $\Delta \rightarrow Y$ 变换	14
1.6	电能和热效应	17
1.7	磁力和磁场强度	19
1.8	磁矩	22
1.9	磁通和磁通密度	24
1.10	毕萨定律和圆形螺线管的磁场	26
1.11	安培环路定律	29
1.12	铁磁物质的磁性质	33
1.13	磁路的欧姆定律	36

2. 电 磁 (2)

2.1	作用在磁和电流之间的电磁力	39
2.2	电磁力作功	42
2.3	电磁感应和感应电动势	44
2.4	感应作用和电感	48
2.5	磁耦合的自感和互感	50
2.6	磁场中储存的磁能	53
2.7	静电力和电场强度	55
2.8	电通和电通密度	58

2.9	高斯定理和电场强度	59
2.10	电位、电位差和电位梯度	62
2.11	各种形状导体的静电电容	64
2.12	电容电路	68
2.13	电场中储存的静电能	71

3. 电 路 (1)

3.1	用复数式计算交流电路	74
3.2	正弦波交流的基础	76
3.3	$R-L-C$ 电路	79
3.4	阻抗的串联、并联电路	83
3.5	交流电网络	86
3.6	叠加原理及戴维南定理	89
3.7	单相交流电路的功率	91
3.8	三相交流的基础	94
3.9	阻抗的 $Y \rightarrow \Delta$ 、 $\Delta \rightarrow Y$ 变换	98

4. 电 路 (2)

4.1	三相平衡电路	101
4.2	三相不平衡电路	106
4.3	含有互感的电路	111
4.4	非正弦波交流	115
4.5	暂态现象	120
4.6	矢量轨迹	125
4.7	四端网络	133
4.8	对称分量法	137

5. 电 测 量

5.1	测量误差和校正	142
-----	---------	-----

5.2	扩大仪表的测量范围	143
5.3	功率的测量	147
5.4	电桥电路	151

6. 输电和配电

6.1	配电线路的电性质	154
6.2	单相三线制配电线路和均压器	165
6.3	各种配电方式和所需要电线数量的比较	168
6.4	拉线的强度计算	171
6.5	用电(需要)设备和供电设备的关系	173
6.6	用电力电容器改善功率因数	175
6.7	输电线路的线路常数	180

7. 发电站和变电所

7.1	水力学基础	184
7.2	比转数及其形式	187
7.3	水力发电	189
7.4	抽水储能发电	190
7.5	各种燃料的发热量和燃料燃烧时需要的空气 量(燃料→热能)	191
7.6	锅炉与汽轮机的关系(热能→机械能)	192
7.7	火力发电(燃料→热能→机械能→电能)	194

8. 电机(直流机)

8.1	直流发电机的感应电动势	197
8.2	直流发电机的端电压和内部电压降	198
8.3	直流发电机的外特性和电压波动系数	200
8.4	直流发电机的并网运行	201
8.5	直流电动机的反电动势和电流	203

8.6	直流电动机的转矩和输出	205
8.7	直流电动机的转速特性	206
8.8	直流机(发电机·电动机)的效率	209

9. 电机(变压器)

9.1	变压器的感应电动势、匝数比和励磁电流	211
9.2	变压器的简化等效电路	212
9.3	变压器的电压波动系数	215
9.4	变压器的损耗	217
9.5	变压器的效率	219
9.6	变压器的三相接线和利用系数	221
9.7	变压器的并网运行	224
9.8	特殊变压器	226

10. 电机(感应机)

10.1	感应电动机的转速和转差率	230
10.2	感应电动机的简化等效电路	231
10.3	感应电动机的转矩特性	233
10.4	感应电动机的圆图	235
10.5	感应电动机的起动及转速调节	238

11. 电机(同步电机)

11.1	同步电机的感应电动势和同步转速	240
11.2	同步电机的输出和负载角	241
11.3	同步发电机的同步阻抗和短路比	245
11.4	同步发电机的电压波动系数和外部特性	247

12. 电的应用(电动力和自动控制)

12.1	电动力计算的基础	251
------	----------	-----

12.2	各种形式的负载所需要功率的计算公式	253
12.3	自动控制的制动	256
12.4	传递要素的特性	257
12.5	自动控制系统的方框图	260

13. 电的应用(照明和电热)

13.1	电灯照明的基础	263
13.2	点光源的照度	266
13.3	大面积光源的照度	268
13.4	发光强度和光束的测量方法	271
13.5	照明的设计	274
13.6	白炽电灯泡的电压特性	276
13.7	热量的单位和热传导	278
13.8	加热电功率和热效率	280

1. 电 磁(1)

1.1 电阻电路

[1] 电量和电流(图 1.1)

电荷的流动叫做电流。现在, 假设在 t 秒钟内有电量为 Q [C] 的电荷均匀流过某导体的横截面, 那么导体中流过电流 I [A] 的大小为

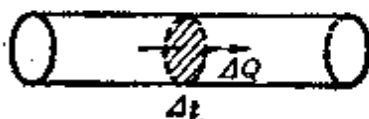


图 1.1

$$I = \frac{Q}{t} \text{ [A]} \quad (1.1)$$

另外, 对于导体中的任意横截面都流过同样大小的电流。这可称为电流的连续性。

[2] 欧姆定律

在电阻 R [Ω] 上施加电压 U [V] 时*, 电阻 R 中流过电流 I [A] 为

$$I = \frac{U}{R} \text{ [A]} \quad (1.2)$$

电流与电压成正比, 与电阻成反比, 这就是欧姆定律。

<注> R 表示电流流过时的困难程度, 它的倒数 $G = \frac{1}{R}$ [Ω⁻¹] (G 叫做电导) 表示电流流过时的容易程度。

[3] 电阻的连接(图 1.2)

设 R 为 ab 间的总电阻, 则

* 原书电压记为 V , 按国标 GB3102.5-82 电压记为 U ——译者。

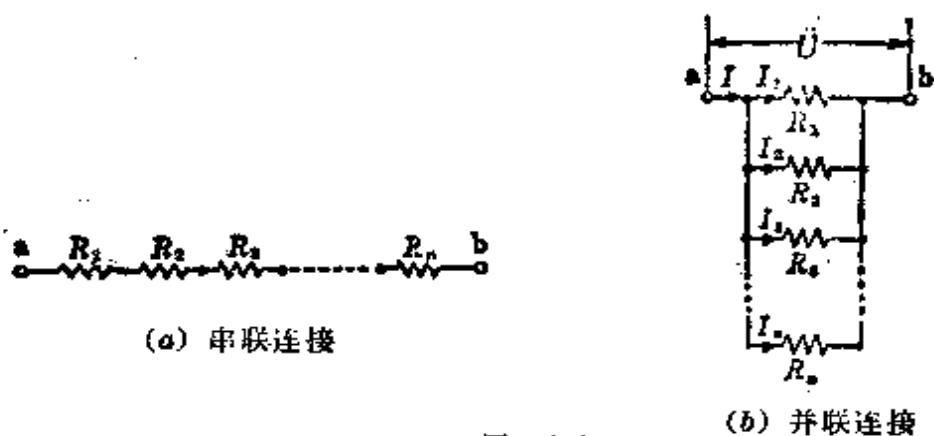


图 1.2

串联连接时[图1.2(a)]为

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots + R_n [\Omega] \quad (1.3)$$

并联连接时[图1.2(b)]为

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}} [\Omega] \quad (1.4)$$

《参考》两个电阻 R_1, R_2 并联连接时的总电阻 $R[\Omega]$, 可由式(1.4)得

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

[4] 电流的分流[图1.2(b)]

如果在 ab 间施加电压 $U[V]$, 那么各电阻上分流的电流变为 $I_1 = \frac{U}{R_1}, I_2 = \frac{U}{R_2}, I_3 = \frac{U}{R_3}, \cdots, I_n = \frac{U}{R_n}$ 由此得

$$I : I_1 : I_2 : I_3 : \cdots : I_n = \frac{1}{R} : \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3} : \cdots : \frac{1}{R_n} \quad (1.5)$$

这样, 电流流过电阻的并联电路, 各支路电流与所在支路的电阻成反比。因而, 由式(1.5)各支路电流分别为

$$I_1 = \frac{R}{R_1} I, I_2 = \frac{R}{R_2} I, I_3 = \frac{R}{R_3} I, \cdots, I_n = \frac{R}{R_n} I \quad (1.6)$$

<注>即使不知道在 ab 间施加的电压,也可以根据已知的输入电流分别求出 $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ 。

[例题 1] 5 A 的电流在 2 分钟内均匀流过导体。求这时通过导体的电量是多少?

[解答] 由式(1.1)

$$Q = It = 5 \times 2 \times 60 = 600 \text{ C}$$

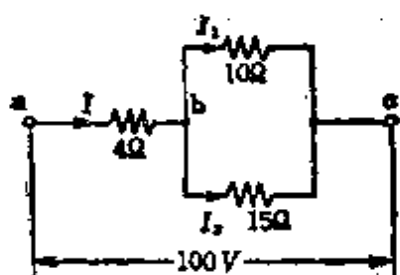


图 1.3

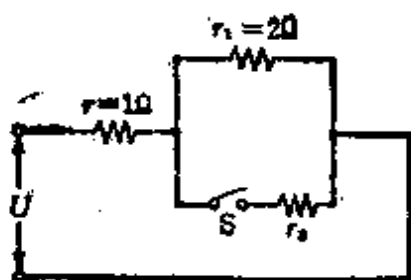


图 1.4

[例题 4] 有一直流电路, 如图 1.4 所示。设端电压 $U[V]$ 恒定, 开关 S 闭合时的电流是闭合前电流的 2 倍, 电阻 r_2 的值应该是多少?

[解答] 开关闭合前的总电阻 R_1 为

$$R_1 = r + r_1 = 1 + 2 = 3 \Omega,$$

开关闭合时的总电阻 R_2 为

$$R_2 = r + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} = \frac{2 + 3r_2}{2 + r_2} [\Omega]$$

因此, 若端电压仍为恒定, 只有当 $R_2 = \frac{R_1}{2}$ 时, 开关 S 闭合时的电流才变为闭合前电流的 2 倍, 所以

$$\frac{2 + 3r_2}{2 + r_2} = \frac{3}{2}, \quad r_2 = \frac{2}{3} = 0.67 \Omega$$

1.2 导体的电阻

[1] 导体的电阻和电导率

如果导体的长度是 $l[m]$, 横截面的面积是 $A[m^2]$, 电阻率是 $\rho[\Omega \cdot m]$, 那么导体的电阻是

$$R = \rho \frac{l}{A} [\Omega] \quad (1.7)$$

$$\text{电阻率 } \rho = R \frac{A}{l} \quad [\Omega \cdot \text{m}] \quad (1.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{电导率 } \sigma &= \frac{1}{\rho} \quad [\Omega^{-1}/\text{m}] \\ \text{百分比电导率} \\ \% \sigma &= \frac{\sigma}{\sigma_0} \times 100 [\%] \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

但是,一般取 20°C 时的值,

$$\sigma_0 = \frac{1}{\rho_0}, \quad \rho_0 = 1.724 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}.$$

<注>(1) ρ 的单位,有时用 $[\Omega \cdot \text{cm}]$ 或者 $[\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}]$ 。
 ρ_0 的单位用 $[\Omega \cdot \text{cm}]$ 表示时,其值为 1.724×10^{-8} , ρ_0 的单位
用 $[\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}]$ 表示时,其值为 $0.01724 = \frac{1}{58}$ 。

<注>(2) ρ_0 是标准铜在 20°C 时的电阻率。国际电工委员会规定以标准铜的电阻为基准,那么在 20°C 时软铜的电阻率是 $0.1724 \approx \frac{1}{58} [\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}]$, 硬铜的电阻率是 $\frac{1}{55} [\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}]$, 可用来计算配电网的电阻。

[2] 电阻的温度换算

对应于金属导体的温度变化, 导体电阻的一般情况是如图 1.5 那样作线性变化, 这可以由下式表示。

$$R_T = R_t [1 + \alpha_t (T - t)] \quad [\Omega] \quad (1.10)$$

$$\alpha_t = \frac{1}{R_t} \frac{dR}{dt} \quad \alpha = \alpha_{20} \quad (\text{标准}) \quad (1.11)$$

式中, $R_T = T [^\circ\text{C}]$ 时的电阻值 $[\Omega]$,

$R_t = t [^\circ\text{C}]$ 时的电阻值 $[\Omega]$,

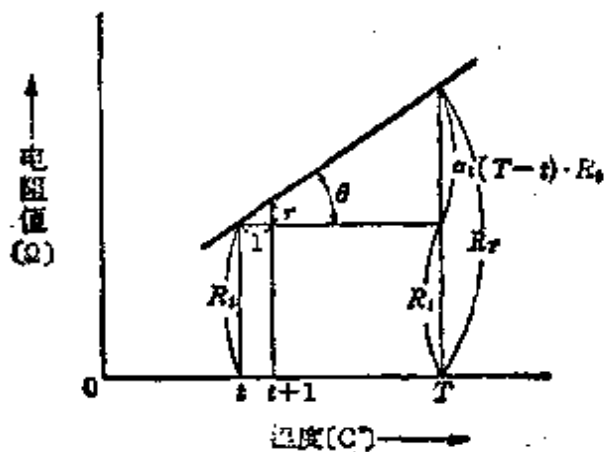


图 1.5

$\alpha_t = t [^{\circ}\text{C}]$ 时的温度系数,

r 等于温度每升高 1°C 时所增加的电阻值 $[\Omega]$ 。

另外, 标准铜在各温度的温度系数, 由表 1.1 列出。

表 1.1. 标准铜的温度系数

$t [^{\circ}\text{C}]$	α_t
0	0.00427
15	0.00401
20	0.00393
25	0.00385
30	0.00378
50	0.00352

[例题 1] 硬铝线的电阻率, 在温度为 20°C 时是 $2.828 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ 。它的电导率以及百分比电导率各是多少?

[解答] 由式(1.9)

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{\rho} = \frac{1}{2.828 \times 10^{-8}} \\ &= 0.3536 \times 10^8 \Omega^{-1}/\text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\% \sigma &= \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{0.3536 \times 10^8}{\frac{1}{1.724 \times 10^{-8}}} \times 100 \\ &= 0.3536 \times 1.724 \times 100 \approx 61\%\end{aligned}$$

[例题 2] 硬铝线的横截面面积是 100mm^2 ，长度是 1 km ，求其电阻值是多少？

[解答] 由例题 1 可知，硬铝线的电阻率 $\rho = 2.828 \times 10^{-8}\Omega \cdot \text{m}$ ，由式 (1.7) 可求得

$$R = \rho \frac{l}{A} = 2.828 \times 10^{-8} \times \frac{10^3}{100 \times 10^{-6}} = 0.2828\Omega$$

[例题 3] 电热器内的电热丝是直径为 2 mm ，长度为 40 m 的铁铬线，经长期使用后，测得其电阻值是 17Ω ，问电热丝的横截面的面积减少了百分之几？已知电热丝的电阻率是 $1.22\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ 。

[解答] 设长期使用后电热丝的横截面积是 A' ，电阻是 R' ，则由式 (1.7)

$$A' = \rho \frac{l}{R'} \quad (1)$$

又，设使用前电热丝的横截面的面积是 A ，电阻是 R ，则

$$A = \rho \frac{l}{R} \quad (2)$$

根据式 (1) 和式 (2)，把 A' 和 A 的比取为 $\frac{A'}{A} = \frac{R}{R'}$

这里，因为

$$R = \rho \frac{l}{A} = 1.22 \times \frac{40}{\left(\frac{2}{2}\right)^2 \pi} = \frac{48.8}{\pi} \Omega, R' = 17\Omega$$

$$\text{所以, } \frac{A'}{A} = \frac{R}{R'} = \frac{48.8}{17} = 0.9142$$

横截面的面积减少了

$$1 - 0.9142 = 0.0858 = 8.58\%$$

[例题 4] 在 16°C 时测量某发电机绕组的电阻, 其值是 2.3Ω 。在 75°C 时其电阻值将变为多少欧?

[解答] 可以认为绕组是由铜线绕制而成的。由表 1.1 查得铜线在 0°C 时的温度系数 $\alpha_0 = 0.00427 = \frac{1}{234.2}$, 由式

(1. 11) 可计算出铜线在 16°C 时的温度系数 α_{16} 为

$$\begin{aligned}\alpha_{16} &= \frac{\alpha_0 R_0}{R_{16}} = \frac{\alpha_0 R_0}{R_0 [1 + \alpha_0 (16 - 0)]} = \frac{\alpha_0}{1 + 16\alpha_0} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\alpha_0} + 16} = \frac{1}{234.2 + 16} = \frac{1}{250.2}\end{aligned}$$

因此, 由式 (1. 10) 可计算出

$$\begin{aligned}R_{75} &= R_{16} [1 + \alpha_{16} (75 - 16)] = 2.3 \left[1 + \frac{1}{250.2} (75 - 16) \right] \\ &= 2.3 \times 1.2358 \approx 2.842 \Omega\end{aligned}$$

1.3 直流电网络

[1] 基尔霍夫第一定律 (图 1. 6)

电网络中流入某节点的电流总和, 等于流出该节点的电流总和。或者说, 电网络中流过某节点的电流代数和恒等于零。所谓电流的代数和, 可表为将流入节点的电流作为正, 流出该节点的电流作为负, 即

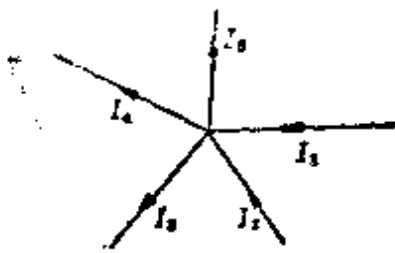


图 1.6

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5 \quad (1.12)$$

或

$$I_1 + I_2 - (I_3 + I_4 + I_5) = 0 \quad (1.13)$$

[2] 基尔霍夫第二定律(图 1.7)

沿电网络中的某一任意闭合回路按照一定的循行方向绕行一周时, 此回路中各部分的电动势的代数和必等于电压降的代数和。

$$E_1 + E_2 - E_3 + E_4 = R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 + R_4 I_4 \quad (1.14)$$

[例题 1] 在图 1.8 所示的直流电路中, 已知 $E = 100V$, $R = 7\Omega$, $R_1 = 12\Omega$, $R_2 = 4\Omega$ 时, 用基尔霍夫定律求解流过各电阻的电流。

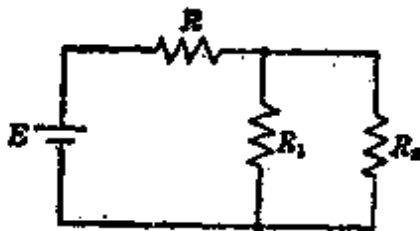


图 1.8

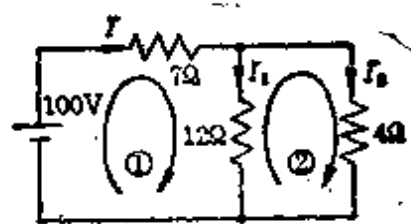


图 1.9

[解答] 代入已知数据如图 1.9 所示, 按照基尔霍夫第一定律, 得

$$I = I_1 + I_2 \quad (1)$$

然后,再应用基尔霍夫第二定律

由回路①可得

$$100 = 7I + 12I_1 = 19I_1 + 7I_2 \quad (2)$$

由回路②可得

$$0 = -12I_1 + 4I_2 \quad (3)$$

式(2) × 4 - 式(3) × 7

$$400 = 160I_1, \quad I_1 = 2.5 \text{ A} \quad (4)$$

把式(4)代入式(3)

$$0 = -12 \times 2.5 + 4I_2, \quad I_2 = 7.5 \text{ A}$$

利用式(1)

$$I = I_1 + I_2 = 2.5 + 7.5 = 10 \text{ A}$$

[例题 2] 对于图 1.10 那样的直流电路,如果 $E_1 = 18\text{V}$, $E_2 = 12\text{V}$, $E_3 = 6\text{V}$, $R_1 = 8\ \Omega$, $R_2 = 2\ \Omega$, $R_3 = 8\ \Omega$, 求电阻 R_1 、 R_2 、 R_3 中流过的电流各是多少? 其中, 电池的内电阻忽略不计。

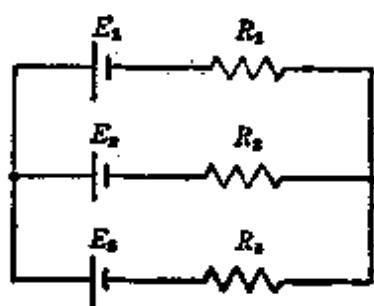


图 1.10

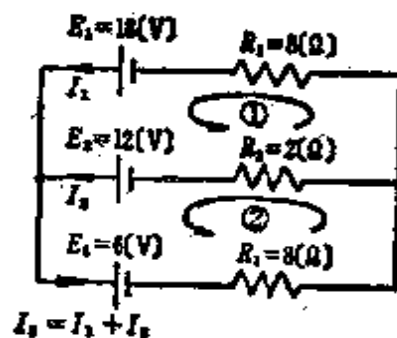


图 1.11

[解答] 代入图 1.11 所示数值, 按照基尔霍夫第二定律,

由回路①可得

$$E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_2 I_2 \quad (1)$$

由回路②可得

$$E_2 - E_3 = R_2 I_2 + R_3 (I_1 + I_2) \quad (2)$$

把数值代入式(1)、式(2)并进行整理

$$6 = 8I_1 - 2I_2 \quad (1)'$$

$$6 = 8I_1 - 10I_2 \quad (2)'$$

式(1)' - 式(2)'

$$0 = -12I_2, \quad I_2 = 0 \text{ A} \quad (3)$$

把式(3)代入式(1)'

$$I_1 = \frac{6}{8} = 0.75 \text{ A}$$

接着,可按照基尔霍夫第一定律求得 I_3

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0.75 \text{ A}$$

1.4 电池的连接方法和电流

每个电池的电动势是 $E[\text{V}]$, 内电阻是 $r[\Omega]$ 。把 n 个电池连接在一起时的电路电流 $I[\text{A}]$ 为

[1] 串联连接(图 1.12)

$$I = \frac{nE}{nr + R} [\text{A}] \quad (1.15)$$

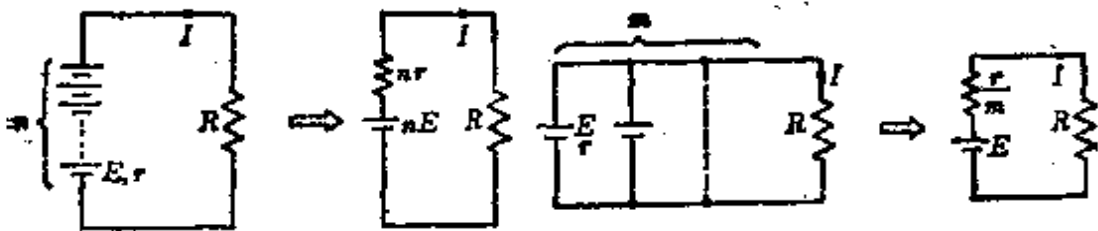


图 1.12

图 1.13

[2] 并联连接(图 1.13)

$$I = \frac{E}{\frac{r}{m} + R} [\text{A}] \quad (1.16)$$

[3]混联连接(图 1.14)

$$I = \frac{nE}{\frac{nr}{m} + R} [\text{A}] \quad (1.17)$$

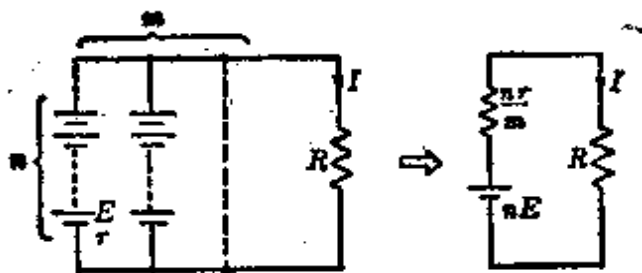


图 4.14

[例题 1] 将电动势为 8 V, 内电阻为 0.15 Ω 的电池 12 个串联连接, 如果在它的两端所接负载电阻中流过 2 A 的电流, 求所接负载电阻的阻值?

[解答] 因为每个电池的电动势 $E = 8 \text{ V}$, 内电阻 $r = 0.15 \text{ } \Omega$, 电池数 $n = 12$, 设负载电阻是 $R [\Omega]$, 可应用式 (1.15)

$$I = \frac{nE}{nr + R} [\text{A}]$$

所以
$$R = \frac{n(E - Ir)}{I} = \frac{12 \times (8 - 2 \times 0.15)}{2} = 46.2 \text{ } \Omega$$

[例题 2] 把电动势为 $E [\text{V}]$, 内电阻为 $r [\Omega]$ 的电池 20 个串联连接, 在它的两端所接的 8 Ω 负载电阻中流过 10 A 的电流。如果电池数减半, 负载电阻改接为 9 Ω, 则流过它的电流也减半。问电动势 $E [\text{V}]$ 以及内电阻 $r [\Omega]$ 各是多少?

[解答] 由式 (1.15)

20 个电池串联连接, 负载电阻是 8Ω 时

$$nE = I(nr + R), \text{ 所以 } 20E = 10 \times (20r + 8) \quad (1)$$

10 个电池串联连接, 负载电阻是 9Ω 时

$$nE = I(nr + R), \text{ 所以 } 10E = 5 \times (10r + 9) \quad (2)$$

把式(1)、式(2)整理后得

$$E = 10r + 4 \quad (1)'$$

$$2E = 10r + 9 \quad (2)'$$

式(1)' - 式(2)'

$$E = 5V \quad (3)$$

把式(3)代入式(1)'

$$r = 0.1\Omega$$

[例题 3] 在图 1.15 的电路中, 每个电池的电动势为 $10V$, 内电阻为 0.4Ω , 当电路的电阻 $r_1 = 12\Omega$, $r_2 = 8\Omega$ 时, 求各支路的电流 I , I_1 及 I_2 。

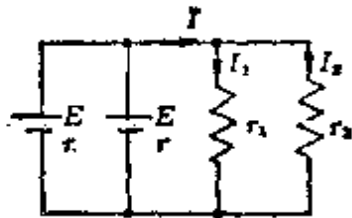


图 1.15

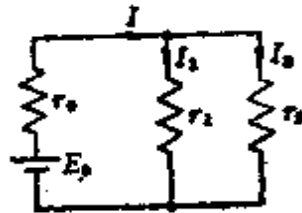


图 1.16

[解答] 因为两个电池是并联连接, 可以应用式(1.16), 如果把图 1.15 中的两个并联电池用图 1.16 那样的一个等效电池来代替, 则

$$E_0 = E = 10V$$

$$r_0 = \frac{r}{n} = \frac{0.4}{2} = 0.2\Omega$$

$$\text{所以, } I = \frac{E_0}{r_0 + \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} = \frac{10}{0.2 + \frac{12 \times 8}{12 + 8}} = 2\text{A}$$

$$I_1 = I \frac{r_2}{r_1 + r_2} = 2 \times \frac{8}{12 + 8} = 0.8\text{A}$$

$$I_2 = I - I_1 = 2 - 0.8 = 1.2\text{A}$$

1.5 电阻的 Y → Δ 变换和 Δ → Y 变换

[1] Y → Δ 变换(图 1.17)

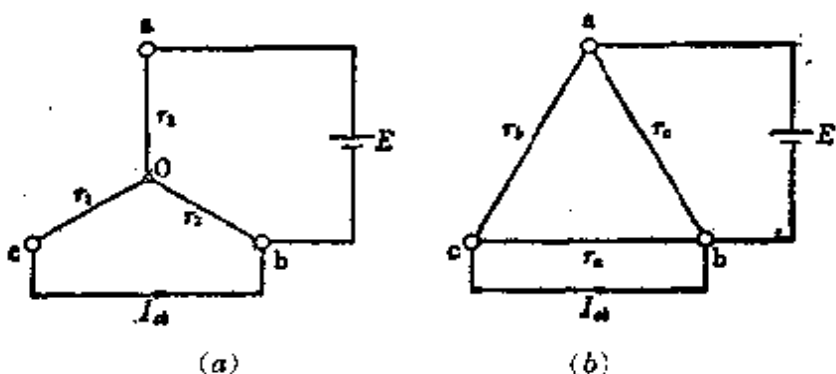


图 1.17

在图(a)和图(b)中如果在 ab 间接电源 $E[V]$, 而 cb 间短接, 则电路中流过的电流 $I_{cb}[A]$ 为

由图(a),

$$\begin{aligned} I_{cb} &= \frac{E}{r_1 + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}} \times \frac{r_2}{r_2 + r_3} \\ &= \frac{r_2}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1} E [A] \end{aligned} \quad (1)$$

由图(b),

$$I_{cb} = \frac{E}{r_b} [A] \quad (2)$$

令式(1) = 式(2)

$$\left. \begin{aligned} r_b &= \frac{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1}{r_2} [\Omega] \\ \text{用同样的方法计算可得} \\ r_a &= \frac{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1}{r_1} [\Omega] \\ r_c &= \frac{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1}{r_3} [\Omega] \end{aligned} \right\} (1.18)$$

[2] $\Delta \rightarrow Y$ 换变 (图 1.18)

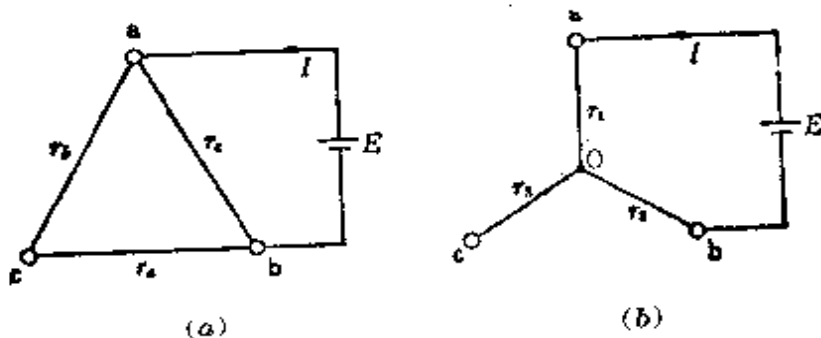


图 1.18 $\Delta \rightarrow Y$ 变换

如图(a)和图(b)所示, 在 ab 间施加相同的电压 $E [V]$, 则

$$\text{在 } ab \text{ 间, } \frac{E}{I} = r_1 + r_2 = \frac{r_c(r_a + r_b)}{r_a + r_b + r_c} \quad (1)$$

用同样的方法

$$\text{在 } bc \text{ 间, } r_2 + r_3 = \frac{r_a(r_b + r_c)}{r_a + r_b + r_c} \quad (2)$$

$$\text{在 } ca \text{ 间, } r_3 + r_1 = \frac{r_b(r_c + r_a)}{r_a + r_b + r_c} \quad (3)$$

建立式(1)、(2)、(3)的联立方程式, 并解之

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \frac{r_b r_c}{r_a + r_b + r_c} [\Omega] \\ r_2 &= \frac{r_c r_a}{r_a + r_b + r_c} [\Omega] \\ r_3 &= \frac{r_a r_b}{r_a + r_b + r_c} [\Omega] \end{aligned} \right\} (1.19)$$

【例题 1】 如图 1.19(a) 所示, 对于各处电阻都为 $r[\Omega]$ 的某电路, 求 AB 间的总电阻是多少?

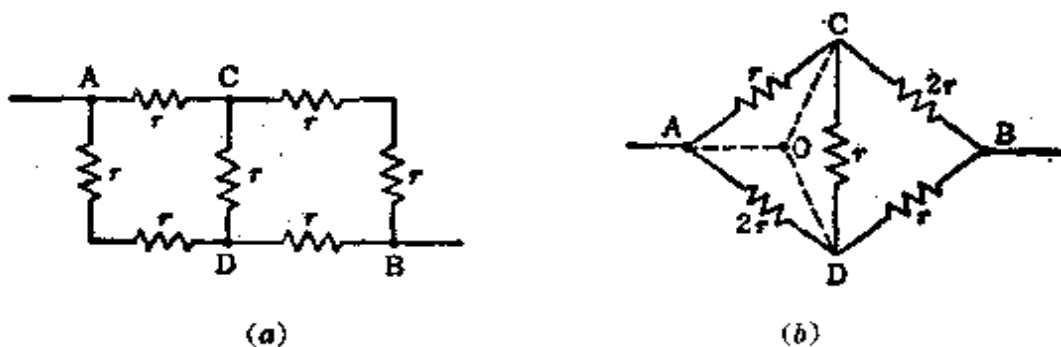


图 1.19

【解答】 如果用图 1.19(b) 的画法来代替图 1.19(a), 那么在 $ACDA$ 的 Δ 电路中, 可以利用式 (1.19) 来进行 Y 电路的变换,

$$AO = \frac{r \cdot 2r}{4r} = \frac{r}{2}, \quad CO = \frac{r \cdot r}{4r} = \frac{r}{4},$$

$$DO = \frac{r \cdot 2r}{4r} = \frac{r}{2}$$

设 AB 间的总电阻为 $R_0[\Omega]$, 则

$$R_0 = \frac{r}{2} + \frac{\left(\frac{r}{4} + 2r\right)\left(\frac{r}{2} + r\right)}{\left(\frac{r}{4} + 2r\right) + \left(\frac{r}{2} + r\right)} = 1.4r [\Omega]$$

【例题 2】 对于图 1.20 那样的 Y 连接, 当 $r_1 = 20\Omega$, $r_2 =$

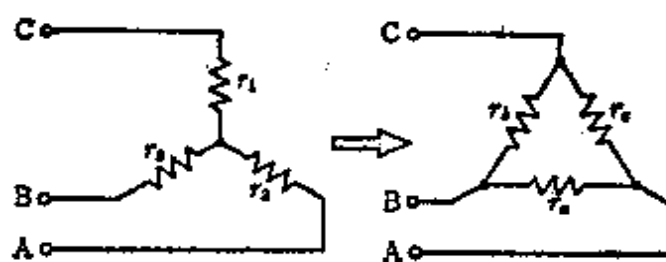


图 1.20

30Ω , $r_3 = 40\Omega$ 时, 求等效 Δ 连接的各电阻 r_a 、 r_b 、 r_c 的值。

【解答】 由式(1.18)

$$\begin{aligned} & r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_3 r_1 \\ &= 20 \times 30 + 30 \times 40 + 40 \times 20 \\ &= 2600 \end{aligned}$$

$$\text{所以, } r_a = \frac{2600}{20} = 130\Omega, \quad r_b = \frac{2600}{30} = 86.7\Omega$$

$$r_c = \frac{2600}{40} = 65\Omega$$

1.6 电能和热效应

[1] 电功率和电能

电在每秒钟内作的功叫做电功率。并且, 用电功率 $P[W]$ 和时间 $t[s]$ 的乘积表示做功的数量或者能量, 单位为焦耳 $[J]$ 。在电能的情况, 应该用能来表示, 电能的单位为千瓦时 $[kW \cdot h]$ 。

$$\text{电功率 } P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R} [W] \quad (1.20)$$

$$\text{电能 } W = Pt [J] = \frac{PT}{3.6 \times 10^6} [kW \cdot h] \quad (1.21)$$

<注> $1[\text{J}] = 1[\text{W} \cdot \text{s}]$, $1[\text{kW} \cdot \text{h}] = 3.6 \times 10^6[\text{J}]$

[2] 焦耳定律

电流 $I[\text{A}]$ 在时间 $t[\text{s}]$ 内流过电阻 $R[\Omega]$ 时消耗的能量 $I^2 R t$ 全部转变为热能。这就是焦耳定律。这时产生的热量叫做焦耳热。现在, 如果用 $Q[\text{cal}]$ 来表示产生的热量*, 那么

$$Q = \frac{1}{4.2} I^2 R t \approx 0.24 I^2 R t [\text{cal}] \quad (1.22)$$

<注>(1) $1 \text{ cal} = 4.18605 \approx 4.2 \text{ J}$, 热量的单位为卡, 一般用 $[\text{cal}]$ 表示。

<注>(2) $1 \text{ kW} \cdot \text{h} = 860 \text{ kcal}$, $1 \text{ kcal} = 10^3 \text{ cal}$

<注>(3) $4.18605 \approx 4.2$ 的值叫做热功当量。

[例题 1] 一台 100V 、 600W 的电热器, 它的电热丝尽管已经断掉全长的 10% , 仍然把剩余的部分再接到接线端上, 并在与前相同的电压下使用, 问要多消耗多少功率?

[解答] 设断线前消耗的功率是 $P[\text{W}]$, 断线后消耗的功率是 $P'[\text{W}]$, 则由式(1.20)

$$\begin{aligned} P' &= \frac{U^2}{R(1-0.1)} = \frac{U^2}{0.9R} = \frac{1}{0.9} P \\ &= \frac{600}{0.9} = 666.7 \approx 667 \text{ W} \end{aligned}$$

与断线前相比较多消耗 67W 的功率。

[例题 2] 用功率 500 W 、效率 80% 的电热器, 把 2 升的水从 20°C 加热到 80°C , 问需要多少时间?

[解答] 因为 2 升的水从 20°C 加热到 80°C , 需要的热量

* 原书热量记为 H , 按国标 GB3102.4-82 改记为 Q ——译者。

是 $2 \times 10^3 \times (80 - 20) \text{ cal}$, 所需要的时间 $t[\text{s}]$ 可应用式 (1.22) 求出

$$2 \times 10^3 \times (80 - 20) \approx 0.24 \times 500 \times t \times 0.8$$

$$\text{因此, } t \approx \frac{2 \times 10^3 \times (80 - 20)}{0.24 \times 500 \times 0.8} = \frac{120 \times 10^3}{96} = 1250 \text{ s} \approx 21 \text{ min}$$

1.7 磁力和磁场强度

[1] 有关磁力的库仑定律 (图 1.21)

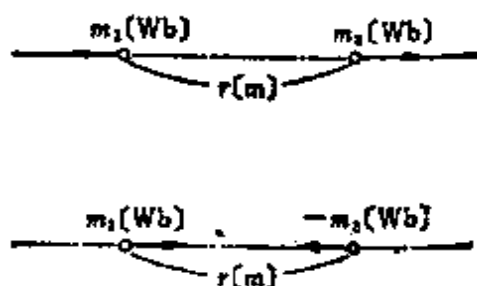


图 1.21

在非常微小的点状磁极之间相互作用的磁力, 其大小与磁极的磁场强度的乘积成正比, 与两磁极间相互距离的平方成反比。这就是有关磁力的库仑定律。设距离为 $r[\text{m}]$ 的两点状磁极 m_1 、 $m_2[\text{Wb}]$ 之间相互作用的磁力的大小为 $F[\text{N}]$, 磁导率为 μ , 则

$$\begin{aligned} F &= \frac{m_1 m_2}{4\pi \mu r^2} = \frac{m_1 m_2}{4\pi \mu_0 \mu_s r^2} \\ &= 6.33 \times 10^4 \times \frac{m_1 m_2}{\mu_s r^2} [\text{N}] \end{aligned} \quad (1.23)$$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 为真空中的磁导率, μ_s 为介质的相对磁导率, 在空气中 $\mu_s \approx 1$ 。另外, F 作用在两磁极连线的方向上, 同极性的磁极之间为排斥力, 异极性的磁极之间为吸

引力。

[2] 磁场强度

如磁铁的一端向其他磁铁靠近时，两磁铁将产生吸引力或者排斥力。这种磁力起作用的空间叫做磁场。在这个磁场中，+1Wb 的单位正磁极全不至于引起这个磁场的紊乱，而且把磁场作用在单位正磁极上的磁力定义为磁场的大小，磁力的方向定义为磁场的方向。因此磁场强度是具有大小和方向的矢量。在距离磁极 m [Wb] 为 r [m] 的点的磁场强度 H [AT/m] 为

$$\left. \begin{aligned} \text{在真空中 } H &= \frac{1}{4\pi\mu_0} \times \frac{m}{r^2} = 6.33 \times 10^4 \frac{m}{r^2} [\text{AT/m}] \\ \text{在介质中 } H &= \frac{1}{4\pi\mu_0\mu_s} \times \frac{m}{r^2} = 6.33 \times 10^4 \frac{m}{\mu_s r^2} [\text{AT/m}] \end{aligned} \right\} (1.24)$$

另外，磁场强度为 H [AT/m]，且在此磁场中具有磁极 m [Wb] 时，作用在这个磁极上的磁力 F [N] 为

$$F = mH [\text{N}], \text{ 所以 } H = \frac{F}{m} [\text{AT/m}] \quad (1.25)$$

[3] 磁力线密度和磁场强度

因为磁力线是描述已知磁场的假想线，如果规定与磁力线垂直的面的磁力线密度恰好等于磁场强度的大小，并且，磁

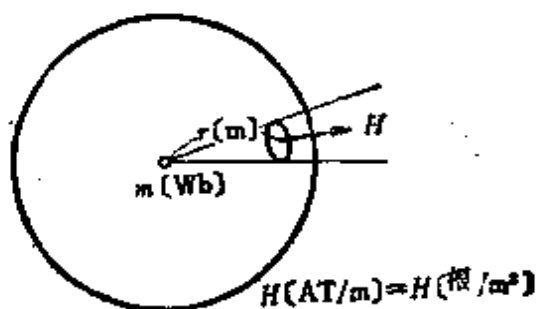


图 1.22 磁力线的思考方法

力线的切线方向与磁场方向一致。如图 1.22 所示,磁极 m [Wb] 所射出的磁力线总数为 N [根], 有

$$\begin{aligned} N &= H \times 4\pi r^2 = \frac{m}{4\pi\mu_0 r^2} \times 4\pi r^2 \\ &= \frac{m}{\mu_0} \text{ [根]} \end{aligned} \quad (1.26)$$

具有磁极 m [Wb] 的磁铁的磁力线为 $\frac{m}{\mu_0}$ [根], 并从 N 极进入 S 极。

[例题 1] 在空气中有 3×10^{-4} Wb 和 6×10^{-4} Wb 的两个距离为 30 cm 同极性的点状磁极。求它们之间的电磁作用力是多少?

[解答] 取 $\mu_r = 1$, 由式(1.23)得

$$\begin{aligned} F &= 6.33 \times 10^4 \times \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.33 \times 10^4 \times \frac{3 \times 10^{-4} \times 6 \times 10^{-4}}{(30 \times 10^{-2})^2} \\ &= 0.127 \text{ N (排斥力)} \end{aligned}$$

[例题 2] 在真空中有一个 1.26×10^{-5} Wb 的点状磁极, 求从磁极射出的全部磁力线数以及离磁极 6 cm 远的 P 点的磁场强度的大小?

[解答] 由式(1.26)可求得

$$\text{磁力线数 } N = \frac{m}{\mu_0} = \frac{1.26 \times 10^{-5}}{4\pi \times 10^{-7}} \approx 10 \text{ 根}$$

其次, 设离这个磁极 6 cm 远处 P 点的磁场强度为 H [A/m], 则由式(1.25)

$$\begin{aligned} H &= 6.33 \times 10^4 \times \frac{m}{r^2} = 6.33 \times 10^4 \times \frac{1.26 \times 10^{-5}}{(6 \times 10^{-2})^2} \\ &= 2.22 \times 10^2 \text{ A/m} \end{aligned}$$

[例题 3] 如图 1.23 所示, 有一磁极强度为 $5 \times 10^{-3} \text{ Wb}$ 长 $20\sqrt{2} \text{ cm}$ 的条形磁铁。求位于条形磁铁的 2 等分线上, 并距离这个磁铁两端各 20 cm 处 P 点的磁场强度是多少?

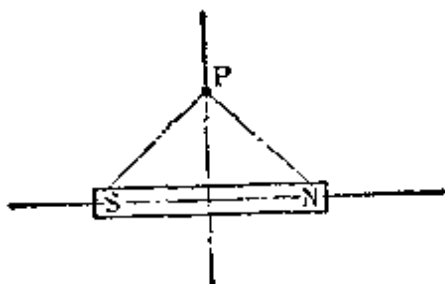


图 1.23

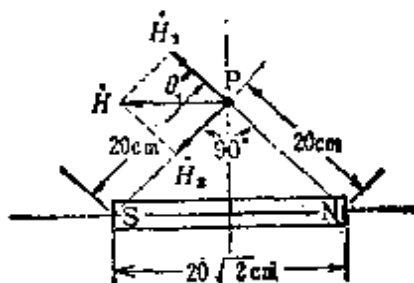


图 1.24

[题答] 设 P 点的磁场强度为 \vec{H} , 由图 1.24 可知 $\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$, 而 $|\vec{H}_1| = |\vec{H}_2|$, 所以磁场强度 $|\vec{H}| = H [\text{AT/m}]$

$$\begin{aligned} H &= 2H_1 \cos \theta = 2H_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 6.33 \times 10^4 \times \frac{5 \times 10^{-3}}{(20 \times 10^{-2})^2} \times \sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \times 7.91 \times 10^3 = 1.12 \times 10^4 \text{ AT/m} \end{aligned}$$

1.8 磁矩

[1] 磁矩

使用磁铁时, 应同时考虑两磁极的强度, 把两磁极之间的距离(磁轴的长度) $l [\text{m}]$ 和磁极的强度 $m [\text{Wb}]$ 的乘积 ml 叫做磁铁的磁矩。设磁矩为 $M [\text{Wb} \cdot \text{m}]$, 则

$$M = ml [\text{Wb} \cdot \text{m}] \quad (1.27)$$

另外, 用每单位体积的磁矩来表示磁化的强度, 把这叫做磁化强度。如磁化强度为 $J [\text{Wb/m}^2]$, 磁极横截面的面积为

$A[\text{m}^2]$, 则

$$J = \frac{ml}{Al} = \frac{m}{A} [\text{Wb}/\text{m}^2] \quad (1.28)$$

这时磁化强度与磁极密度 σ 相同。

(2) 均匀磁场中的磁针产生的转矩(图1.25)

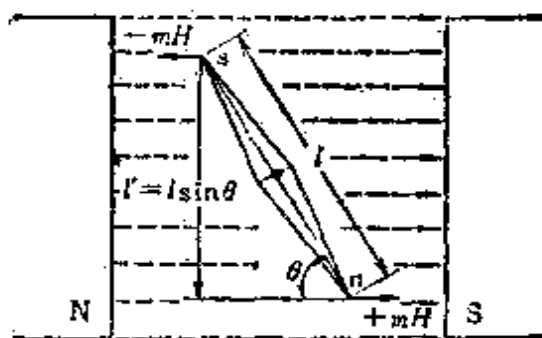


图 1.25

在如图所示的均匀磁场内, 磁极的强度为 $m[\text{Wb}]$, 磁轴的长度为 $l[\text{m}]$ 的磁铁, 如果把支撑磁轴中心的点作为支点时, 以支点为中心作反时针方向旋转则产生力。设这两个平行力之间的距离是 $l'[\text{m}]$, 则这时产生的转矩 $T[\text{N} \cdot \text{m}]^*$ 为

$$\begin{aligned} T &= Fl' = Fl \sin \theta \\ &= mHl \sin \theta = MH \sin \theta [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (1.29) \end{aligned}$$

[例题 1] 长度为 5 cm, 磁极的强度为 $8 \times 10^{-6} \text{Wb}$ 的条形磁铁的磁矩是多少?

[解答] 由式(1.27)

$$M = ml = 8 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-7} \text{Wb} \cdot \text{m}$$

[例题 2] 有一块磁铁长 40 cm, 宽 4 cm, 高 5 cm, 磁极强度为 $5 \times 10^{-8} \text{Wb}$ 。求这块磁铁的磁矩以及磁化强度。

* 原书转矩记为 τ , 按国标 GB3102.3-82 转矩改记为 T ——译者。

[解答] 磁矩为

$$M = ml = 5 \times 10^{-3} \times 40 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-3} \text{ Wb} \cdot \text{m}$$

由式(1.28)磁化强度为

$$J = \frac{m}{A} = \frac{5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-2}} = 2.5 \text{ Wb/m}^2$$

[例题3] 把例题2的磁铁置于与磁场方向成 30° 角, 磁场强度为 3000 AT/m 的均匀磁场中时, 产生多少转矩?

[解答] 由式(1.29)

$$T = MH \sin \theta = 2 \times 10^{-3} \times 3000 \times \sin 30^\circ$$

$$= 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

1.9 磁通和磁通密度

[1] 磁通

磁力线数因介质的磁导率 μ 不同而不同, 磁力线是与磁极的强度 $m[\text{Wb}]$ 相等的假想线, 这就是磁通 $\Phi[\text{Wb}]$ 的定义。磁通包含穿过磁铁内部的磁力线以及穿过磁铁内外的环状假想线。

[2] 磁通密度

把每单位面积 1m^2 上的磁通数 $\Phi[\text{Wb}]$ [或特(斯拉) $[\text{T}]$, $1\text{Wb}/\text{m}^2 = 1\text{T}$]叫做磁通密度。

(1) 穿过和磁场垂直的平面 $A[\text{m}^2]$ 的磁通 $\Phi[\text{Wb}]$ 为

$$\Phi = BA[\text{Wb}] \quad (1.30)$$

(2) 在磁场强度是 $H[\text{AT/m}]$, 磁导率是 $\mu[\text{H/m}]$ 的磁场中, 则

$$B = \mu H = \mu_s \mu_0 H [\text{Wb/m}^2] \text{ 或特} [\text{T}] \quad (1.31)$$

其中, μ_s : 相对磁导率, μ_0 : 真空中的磁导率。

(3) 磁通密度 B 与磁化强度 J [Wb/m^2]、磁化系数 χ 的关系

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 H + J = \mu_0 H + \chi H = (\mu_0 + \chi) H \\ &= \mu H = \mu_s \mu_0 H \end{aligned} \quad (1.32)$$

$$\mu_s = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \frac{\chi}{\mu_0}, \quad \frac{\chi}{\mu_0} \text{ 是相对磁化系数} \quad (1.33)$$

[例题 1] 有一半径为 6 cm, 横截面为圆形的环形软铁心, 其上绕有导线并接通电流励磁, 如励磁结果使铁心中的磁场强度为 2000 A/m 时, 求铁心的磁通密度以及磁通各是多少? 其中, 这个铁心的相对磁导率是 800。

[解答] 设没有磁极的环形软铁心的磁通密度为 B [Wb/m^2], 由式 (1.31)

$$B = \mu_s \mu_0 H = 800 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 2000 \approx 2.01 \text{ Wb/m}^2$$

同样, 可应用式 (1.30) 求磁通 Φ [Wb]

$$\begin{aligned} \Phi &= BA = B\pi r^2 = 2.01 \times \pi \times (6 \times 10^{-2})^2 \\ &\approx 2.27 \times 10^{-2} \text{ Wb} \end{aligned}$$

[例题 2] 某物质中的磁通密度为 0.8 Wb/m^2 , 磁场强度为 2000 A/m 。求这种物质的磁导率, 相对磁导率, 磁化系数, 相对磁化系数。

[解答] 由式 (1.31) 求磁导率 μ

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0.8}{2000} = 4 \times 10^{-4} \text{ H/m}$$

由式 (1.31) 求相对磁导率 μ_s

$$\mu_s = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{4 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7}} = \frac{1}{\pi} \times 10^3 \approx 318$$

由式(1.32)求磁化系数 χ

$$\chi = \mu_0(\mu_s - 1) = 4\pi \times 10^{-7} \times (318 - 1) \approx 3.982 \times 10^{-4} \text{ H/m}$$

由式(1.33)求相对磁化系数 $\frac{\chi}{\mu_0}$

$$\frac{\chi}{\mu_0} = \mu_s - 1 = 318 - 1 = 317$$

1.10 毕萨定律和圆形螺线管的磁场

[1] 毕萨定律

如果在细长的导体中有电流流过，根据电流的右螺旋定则，这个电流能够产生磁场。电流和磁场强度的定量关系是由毕萨定律来表示的。如图 1.26 所示，由于在细长的导体中，电流 I [A] 流过时，导体上的微小长度 Δl [m] 与电流 I [A] 的乘积，在距离为 r [m] 的 P 点处能够产生的磁场强度为 ΔH [AT/m]，

$$\Delta H = \frac{I \Delta l \sin \theta}{4\pi r^2} \text{ [AT/m]} \quad (1.34)$$

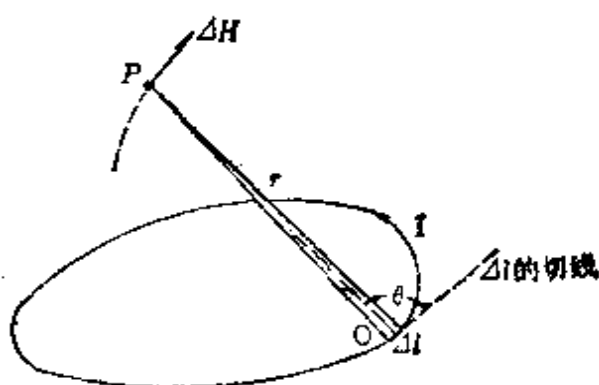


图 1.26

同时,按照右螺旋定则的指向,把与包含 P 点和 Δl 的面相垂直的方向定为磁场方向。另外, θ 为 Δl 与 OP 之间的夹角。

[2] 圆形螺线管中心的磁场强度

根据毕萨定律,在图 1.27 所示的半径为 r [m],匝数为 N 的圆形螺线管中流过电流 I [A] 时,它的中心的磁场强度 H [AT/m] 为

$$H = \frac{IN}{2r} [\text{AT/m}] \quad (1.35)$$

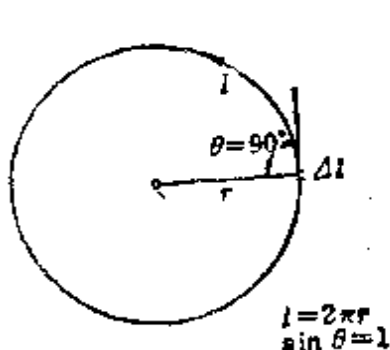


图 1.27

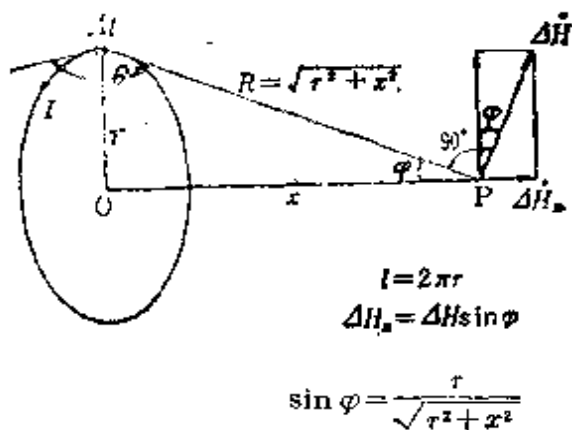


图 1.28

[3] 圆形螺线管中心轴线上的磁场强度

在图 1.28 所示的半径是 r [m],匝数是 N 的圆形螺线管中流过电流 I [A] 时,在圆形螺线管中心轴线上距离为 x [m] 处的 P 点的磁场强度 H [AT/m] 为

$$H = \frac{INr^2}{2(r^2 + x^2)^{3/2}} [\text{AT/m}] \quad (1.36)$$

<参考>
$$\Delta H = \frac{I \Delta l \sin \theta}{4\pi r^2}$$

$$\Delta H_x = \Delta H \sin \varphi = \frac{IN \Delta l \sin \theta}{4\pi(r^2 + x^2)} \times \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

所以

$$\begin{aligned} H &= \frac{IN2\pi r}{4\pi(r^2 + x^2)^2} \times \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}} \\ &= \frac{INr^2}{2(r^2 + x^2)^2 \sqrt{r^2 + x^2}} \\ &= \frac{INr^2}{2(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} [\text{AT/m}] \end{aligned}$$

[例题 1] 在半径为 5 cm、匝数为 10 匝且紧密卷绕的圆形螺线管中流过 5 A 电流时,问中心磁场的强度是多少?

[解答] 由式(1.35)

$$H = \frac{IN}{2r} = \frac{5 \times 10}{2 \times 5 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^2 \text{ AT/m}$$

[例题 2] 求图 1.28 所示匝数为 10 匝且紧密卷绕的圆形螺线管轴上 P 点的磁场强度。其中,圆形螺线管的半径为 3 cm,线段 OP 长 4 cm,螺线管中流过 5 A 的电流。

[解答] 由式(1.36), P 点的磁场强度 H [AT/m] 为

$$\begin{aligned} H &= \frac{INr^2}{2(r^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{5 \times 10 \times (3 \times 10^{-2})^2}{2[(3 \times 10^{-2})^2 + (4 \times 10^{-2})^2]^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{5^2 \times 3^2 \times 10^{-4}}{(5^2 \times 10^{-4})^{\frac{3}{2}}} = \frac{5^2 \times 3^2 \times 10^{-4}}{5^3 \times 10^{-6}} = 1.8 \times 10^2 \text{ AT/m} \end{aligned}$$

[例题 3] 有一平均半径为 40 cm,匝数为 200 匝的圆形螺线管,欲使中心磁场强度变为 500 AT/m,问螺线管中应该流过的电流是多少?

[解答] 设想圆形螺线管卷绕紧密而且牢固,中心磁场

的强度可由式(1.35)求出, 如果用 $H = \frac{IN}{2r}$ [AT/m] 来表示, 则此式变为

$$I = \frac{2r}{N} \times H = \frac{2 \times 40 \times 10^{-2} \times 500}{200} = 2\text{A}$$

1.11 安培环路定律

[1] 安培环路定律

磁场强度与沿闭合磁力线长度乘积的代数和, 等于该闭合磁力线中所含有的电流代数和。这就是安培环路定律。对于图 1.29 中的磁场方向来说, 电流的代数和是这样来处理的, 当电流的流向符合右螺旋定则的指向时为正, 反之为负。安培环路定律可表示为

$$\left. \begin{aligned} H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 &= I_a + I_b - I_c \\ \text{所以 } \Sigma H \Delta l &= IN \\ \text{其中, } N &\text{是匝数} \end{aligned} \right\} \quad (1.37)$$

<参考>圆环以及圆筒的情况, 式(1.37)的 $\Sigma H \Delta l = IN$ 变为 $Hl = IN$

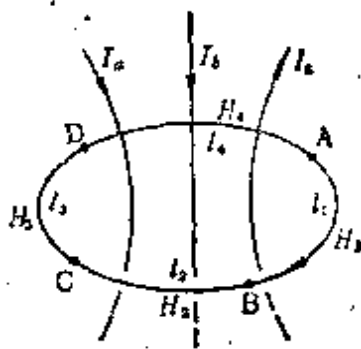


图 1.29

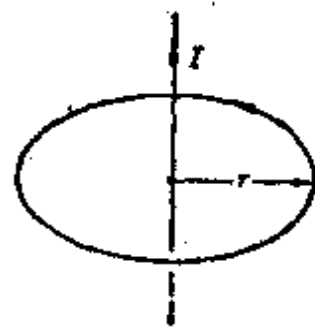


图 1.30

[2] 无限长直导线的磁场

象图 1.30 那样,在直导线中流过电流 I [A] 时,由于磁场强度 H [AT/m] 沿半径 r [m] 的圆周是恒定的,因此由式 (1.37)

$$\left. \begin{aligned} I &= H \times 2\pi r (N=1) \\ \text{所以 } H &= \frac{I}{2\pi r} \text{ [AT/m]} \end{aligned} \right\} \quad (1.38)$$

[3] 无限长螺线管的磁场

象图 1.31 那样,在无限长螺线管的每单位长度上绕有 N 匝线圈*,并且流过电流 I [A] 时,安培环路定律适用于长方形 $abcd$ 。

$$\left. \begin{aligned} l_1 IN &= H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4 \\ (\text{其中, } H_2 = H_3 = H_4 = 0) \\ \text{所以, } H_1 &= IN \text{ [AT/m]} \end{aligned} \right\} \quad (1.39)$$

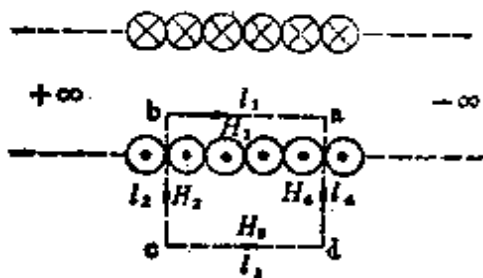


图 1.31

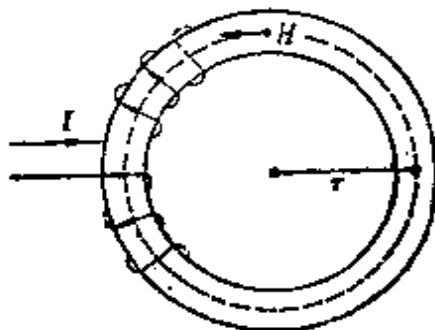


图 1.32

[4] 环形螺线管的磁场

象图 1.32 那样,环形螺线管的匝数是 N 匝,电流 I [A] 流过时,沿平均半径为 r [m] 的圆周上的磁场强度 H [AT/m]

* 原书绕组匝数记为 n ,为使全书统一,在此改为 N ,下同——译者。

是恒定的,即

$$\left. \begin{aligned} IN &= 2\pi rH \\ \text{所以 } H &= \frac{IN}{2\pi r} \text{ [AT/m]} \end{aligned} \right\} \quad (1.40)$$

[例题 1] 如果在—根非常长的直导线中流过的电流为 15.7 A, 在距离导线为 r [m] 的点磁场强度为 25 AT/m。现在, 有一个距离导线为 $2r$ [m] 的点磁场强度与上述磁场强度相等, 求此时导线中应该流过多大的电流? 另外, 距离 r 又是多少?

[解答] 可以由式(1.38)来求。因为 r 为 2 倍时磁场强度与以前相同, 所以电流是以前的 2 倍。因此

$$\begin{aligned} 2I &= 2 \times 15.7 = 31.4 \text{ A} \\ r &= \frac{31.4}{2 \times 2\pi \times 25} = 0.1 \text{ m} \end{aligned}$$

[例题 2] 如图 1.33 所示, 在平行导体 a 、 b 中流过的电流分别是 I_1 [A]、 I_2 [A], 求 $abb'a'$ 面上 P 点的磁场强度。

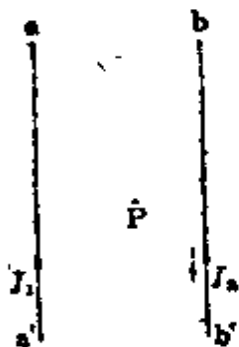


图 1.33

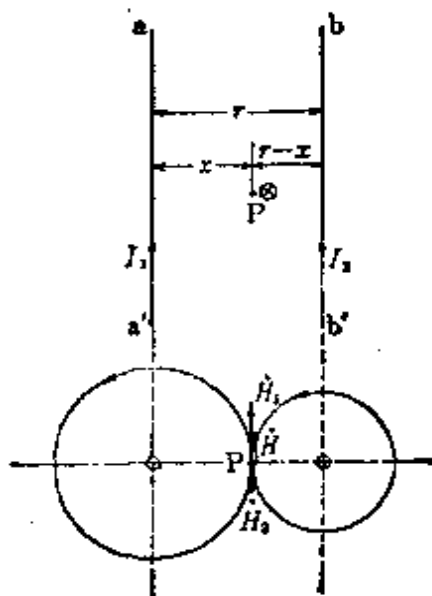


图 1.34

〔解答〕 由图 1.34

① I_1, I_2 方向相同时

在导体 a 中流过电流 I_1 [A] 时, P 点磁场强度的大小 H_1 [AT/m], 可由式(1.38)求得

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi x} \text{ [AT/m]}$$

其次, 在导体 b 中流过电流 I_2 [A] 时, P 点磁场强度的大小 H_2 [AT/m], 同样可由式(1.38)求得

$$H_2 = \frac{I_2}{2\pi(r-x)} \text{ [AT/m]}$$

P 点的合成磁场强度 H 为

$$H = H_1 - H_2 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{I_1}{x} - \frac{I_2}{r-x} \right) \text{ [AT/m]}$$

② I_1, I_2 方向相反时

$$H = H_1 + H_2 = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{I_1}{x} + \frac{I_2}{r-x} \right) \text{ [AT/m]}$$

在①、②的场合下, 磁场方向都垂直于 $abb'a'$ 面。

〔例题 3〕 在环形螺线管中, 插入相对磁导率为 700 的铁心。螺线管的平均半径是 20 cm, 匝数是 5000 匝, 在螺线管中流过 300 mA 的电流时, 环形螺线管中心线上的磁场强度及磁通密度各是多少?

〔解答〕 环形螺线管中心线上的磁场强度 H 可根据式(1.40)求得

$$H = \frac{IN}{2\pi r} = \frac{300 \times 10^{-3} \times 5000}{2\pi \times 20 \times 10^{-2}} = 1193.7 \text{ [AT/m]}$$

因为在环形螺线管中插入铁心, 所以它的中心磁通密度 B [Wb/m²] 为

$$B = \mu_r \mu_0 H = 700 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 1193.7 = 1.05 \text{ Wb/m}^2$$

1.12 铁磁物质的磁性质

[1] 磁化曲线

象图 1.35 那样,在铁磁体上卷绕成的螺线管中流过的电流从零逐渐增加时就得到如图 1.36 所示的关系曲线。这条曲线称为磁化曲线或 $B-H$ 曲线。

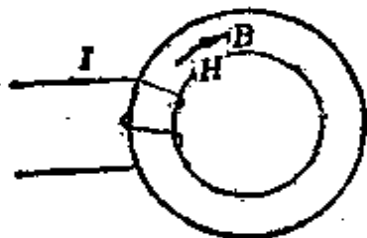


图 1.35

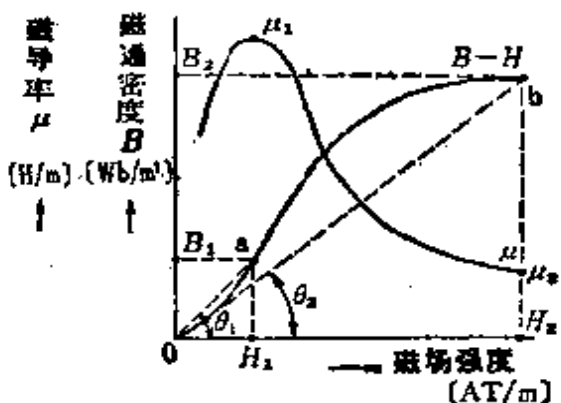


图 1.36

[2] 磁化力和磁导率

根据式(1.31),可把磁导率 μ [H/m] 表示为 $\frac{B}{H}$ 。图 1.36 中 a 点的磁导率可表示为 $\mu_1 = \frac{B_1}{H_1} = \tan\theta_1$, b 点的磁导率可

表示为 $\mu_2 = \frac{B_2}{H_2} = \tan\theta_2$, 即可用图 1.36 的曲线表示。

[3] 磁滞回线·磁滞损耗

象铁那样的铁磁物质,在磁化时会出现图 1.37 所示的磁滞现象。图中的闭合曲线叫做磁滞回线。在这条曲线上:

(1) 一般把 oa 段曲线叫做 $B-H$ 曲线,对研究铁心的饱

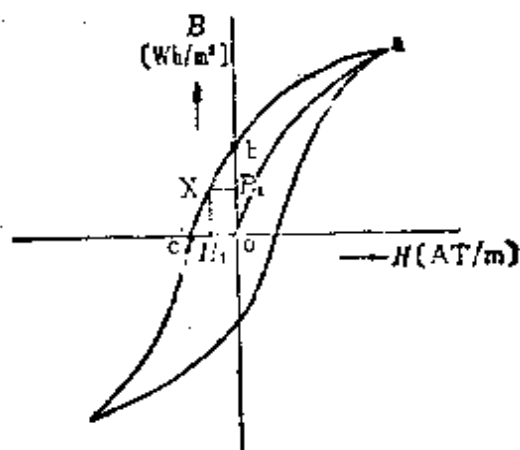


图 1.37

和状态是非常重要的。

(2) $H = 0$ 时的线段 \overline{ob} 表示剩磁感应强度。

(3) $B = 0$ 时的线段 \overline{oc} 表示矫顽力。

(4) 曲线 \widehat{obc} 围成的面积 $B_1 \times H_1$, 可表示剩磁能量。

(5) 由这条磁滞回线所围成的面积, 表示磁滞损耗 P_h $[\text{W}/\text{m}^3]$ 。

$$P_h = f w_h [\text{W}/\text{m}^3] \quad (1.41)$$

其中, f 表示频率 $[\text{Hz}]$, w_h 表示体积为 1 m^3 的铁磁物质每交变磁化一回所消耗的能量 $[\text{J}/\text{m}]$ 。

(6) 史坦麦兹经验公式 (针对饱和前的 B 值) 是用来求 $w_h [\text{J}/\text{m}^3]$ 的,

$$w_h = \eta B_m^{1.6} [\text{J}/\text{m}^3] \quad (1.42)$$

其中, η 是磁滞系数 (炭素钢板大致在 $2 \sim 6 \times 10^2$ 的范围内取值), B_m 是磁通密度的最大值, 单位是特 $[\text{T}]$ ($1 \text{ T} = 1 \text{ Wb}/\text{m}^2$), 指数 1.6 是史坦麦兹常数 (现在由于磁性材料的发展, 所以取值范围是 $1.6 \sim 2.0$)。

因此,磁滞损耗 P_h [W/m³] 为

$$P_h = \eta f B_m^{1.6-2.0} \quad [\text{W/m}^3] \quad (1.43)$$

[例题 1] 由磁滞系数为 7.5×10^2 的普通炭素钢板多层叠制成体积为 $4 \times 10^3 \text{ cm}^3$ 的铁心。假如频率为 50Hz, 磁通密度的最大值为 0.5 Wb/m^2 , 求磁滞损耗是多少?

[解答] 由式(1.43)

$$P_h = \eta f B_m^{1.6} = \frac{7.5 \times 10^2 \times 50 \times 0.5^{1.6}}{4 \times 10^3 \times 10^{-6}} = 3.094 \times 10^6 \text{ W/m}^3$$

$$P_h = \eta f B_m^2 = \frac{7.5 \times 10^2 \times 50 \times 0.5^2}{4 \times 10^3 \times 10^{-6}} = 2.344 \times 10^6 \text{ W/m}^3$$

<注> 求 $x = 0.5^{1.6}$ 的方法

$$\log x = 1.6 \log 0.5 = \frac{16}{10} \log 0.5 = \frac{16}{10} (\bar{1}.699) = \bar{1}.5184$$

所以 $x = 0.33$

$$\text{因为} \left\{ \begin{array}{l} 16(\bar{1} + 0.699) = \bar{1}6 \cdot 11.184 = \bar{5} \cdot 0.184 \\ \qquad \qquad \qquad = 10 \cdot 5.184 \\ \frac{10 \bar{1}0 + 5.184}{\bar{1} + 0.5184} \\ \log x = \bar{1}.5184 \qquad \qquad \text{所以 } x = 0.33 \end{array} \right.$$

[例题 2] 对某变压器施加频率为 50Hz 的交流电压时, 磁滞损耗为 500 W。如果施加 60 Hz 的交流电压, 而维持最大磁通密度与以前相等, 问此时的磁滞损耗将变为多少?

[解答] 由式(1.43)可知 $P_h \propto f$, 因为在施加 60 Hz 的交流电压时要维持最大磁通密度与前相等, 那么磁滞损耗 W_h [W] 为

$$W_h = \frac{60}{50} \times 500 = 600 \text{ W}$$

1.13 磁路的欧姆定律

如图 1.38 所示, 主磁通通过的闭合回路叫做磁回路或磁路。通过磁路的磁通 Φ [Wb] 可由式 (1.30), (1.31), (1.37) 表示为

$$\Phi = BA = \mu HA = \frac{\mu A}{l} IN [\text{Wb}] \quad (1.44)$$

$$= \frac{IN}{\frac{l}{\mu A}} [\text{Wb}] \quad (1.45)$$

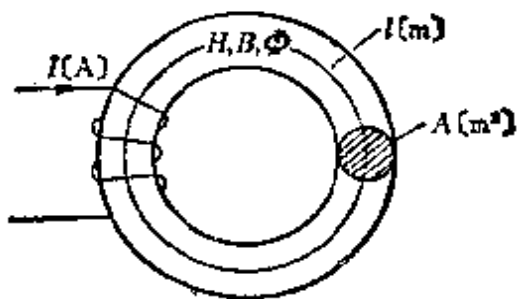


图 1.38

由式(1.45)

① 磁动势 $F = IN$ [Wb] (1.46)

磁阻 $R_m = \frac{l}{\mu A}$ [AT/Wb] (1.47)

式(1.45)可表示为

$$\Phi = \frac{F}{R_m} [\text{Wb}] \quad (1.48)$$

式(1.48)叫做磁路的欧姆定律。

<注>磁路的欧姆定律适用范围, 仅限于磁动势和磁通为线性关系的场合。(参照图 1.36, $B \propto \Phi$, $H \propto F$)

[例题 1] 象图 1.39 那样有铁心的环形螺线管, 它的横截面的面积 $A=200\text{cm}^2$, 磁路的平均长度 $l=64\text{cm}$, 匝数 $N=800$, 电路中的电流 $I=2\text{A}$ 时求以下各值(其中铁心的相对磁导率 $\mu_r=500$)。 (1) 磁动势, (2) 磁阻, (3) 磁通, (4) 磁通密度, (5) 磁场强度。

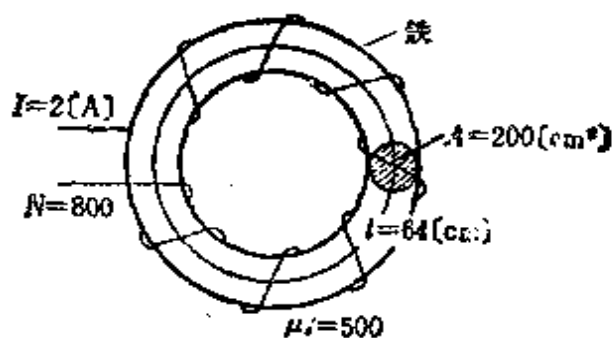


图 1.39

[解答] (1) 磁动势 由式(1.46)

$$F = IN = 2 \times 800 = 1.6 \times 10^3 \text{ Wb}$$

(2) 磁阻 由式(1.47)

$$R_m = \frac{l}{\mu A} = \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} = \frac{64 \times 10^{-2}}{500 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 200 \times 10^{-4}} \\ = 5.09 \times 10^4 \text{ AT/Wb}$$

(3) 磁通 把 F, R_m 的值代入式(1.48)

$$\Phi = \frac{F}{R_m} = \frac{1.6 \times 10^3}{5.09 \times 10^4} = 3.14 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

(4) 磁通密度 由式(1.44)

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{3.14 \times 10^{-2}}{200 \times 10^{-4}} = 1.57 \text{ Wb/m}^2$$

(5) 磁场强度 由式(1.44)

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{1.57}{500 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 2.5 \times 10^3 \text{ AT/m}$$

【例题 2】 某磁路如图 1.40 所示。螺线管的匝数 $N = 300$ ，流过的电流 $I = 5 \text{ A}$ ，如果各段磁路的磁阻分别为： $R_{fabc} = 0.6 \times 10^4 \text{ AT/Wb}$ ， $R_{fc} = 4 \times 10^4 \text{ AT/Wb}$ ， $R_{fedc} = 6 \times 10^4 \text{ AT/Wb}$ 。那么，求各段磁阻中的磁通是多少？另外，求 fc 间的磁位差是多少？

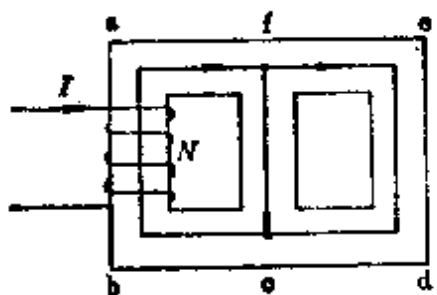


图 1.40

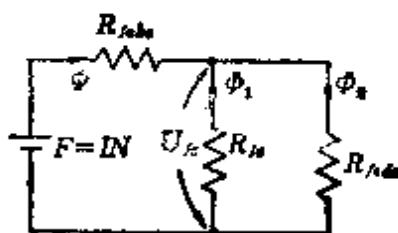


图 1.41

【解答】 图 1.40 的磁路与图 1.41 所示的电路形式相同。如果这个磁路的总磁阻为 $R[\text{AT/Wb}]$ ，则

$$R = R_{fabc} \frac{R_{fc} \cdot R_{fedc}}{R_{fc} + R_{fedc}} = 0.6 \times 10^4 \cdot \frac{4 \times 10^4 \times 6 \times 10^4}{4 \times 10^4 + 6 \times 10^4} \\ = 3 \times 10^4 \text{ AT/Wb}$$

因此
$$\Phi = \frac{F}{R} = \frac{IN}{R} = \frac{5 \times 300}{3 \times 10^4} = 5 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

$$\Phi_1 = \Phi \frac{R_{fedc}}{R_{fc} + R_{fedc}} \\ = 5 \times 10^{-2} \times \frac{6 \times 10^4}{4 \times 10^4 + 6 \times 10^4} = 3 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

$$\Phi_2 = \Phi - \Phi_1 = 5 \times 10^{-2} - 3 \times 10^{-2} = 2 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

另外， fc 间的磁位差 $U_{fc}[\text{AT}]$ 为

$$U_{fc} = \Phi_1 R_{fc} = 3 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^4 = 1200 \text{ AT}$$

2. 电 磁 (2)

2.1 作用在磁和电流之间的电磁力

[1] 弗来明的左手定则(图 2.1)

在磁场中电流流过导体时, 欲知导体上产生的电磁力有以下定则。

磁场的方向→食指

电流的方向→中指

电磁力的方向→拇指

[2] 在均匀磁场内直线导体所受的电磁力(图 2.1)

均匀磁场中的磁通密度为 $B[\text{Wb}/\text{m}^2]$, 导体内流过的电流为 $I[\text{A}]$ 时, 导体所受的电磁力为 $F[\text{N}]$

$$F = BIl \sin \theta [\text{N}] \quad (2.1)$$

其中, θ 是导体和磁场之间的夹角。如果, 导体和磁场成直角关系, 那么变成 $\sin \theta = 1$ ($\theta = 90^\circ$), $F = BIl (\text{N})$ 。

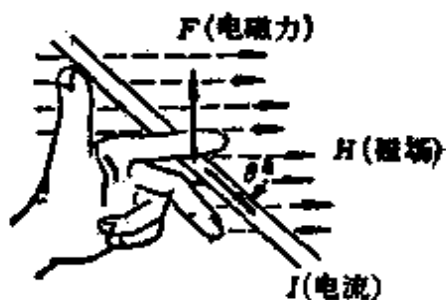


图 2.1 弗来明的左手定则

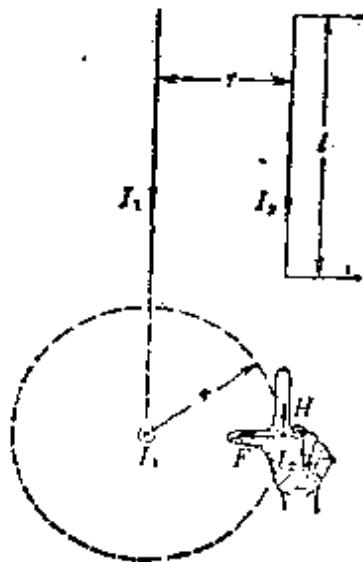


图 2.2

[3] 平行直线导体间的电磁力(图 2.2)

空气中有两根平行的载流直线导体，其上流过的电流分别为 I_1 [A]、 I_2 [A]，假设导体的长度 l [m] 远大于两导体之间的距离 r [m]，那么作用在两导体之间的电磁力 F [N] 为

$$F = BI_2 l = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r} = \frac{2I_1 I_2 l}{r} \times 10^{-7} [\text{N}] \quad (2.2)$$

<注>(1) 电流的方向相同时为吸引力，电流的方向相反时为排斥力。

<注>(2) 真空中两根相距 1 m 的细长平行导体，在流过电流时，能够在 1 m 长的导体中产生 2×10^{-7} N 的电磁力，其电流的大小定义为 1 A (电流的绝对值)。

[4] 在长方形线圈中产生的转矩 (图 2.3)

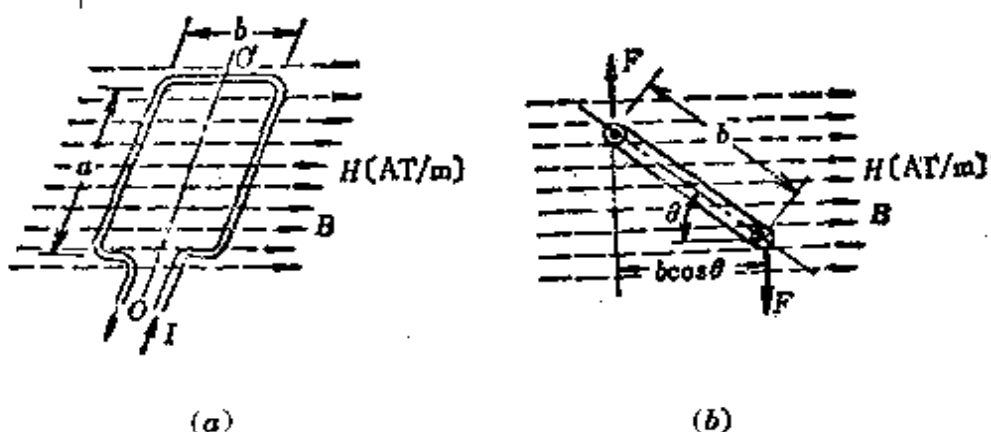


图 2.3 磁场中载流线圈产生的转矩

在磁通密度为 B [Wb/m²] 的均匀磁场中，有一个长方形线圈，线圈中流过电流 I [A] 时产生的电磁力 F [N] 为

$$F = IBaN [\text{N}] \quad (2.3)$$

这里， a 是长方形线圈在与磁场垂直方向上的长度 [m]， N 是线圈的匝数。

另外，如果把此电磁力产生的转矩记为 T [N·m]，则

$$T = Fb \cos \theta = IBNab \cos \theta [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (2.4)$$

b 是长方形线圈在与磁场平行方向上的长度 [m]，因此， ab 为长方形线圈的面积，设 $A = ab [\text{m}^2]$ ，则

$$T = IBNA \cos \theta [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (2.5)$$

<参考> 圆形线圈产生的转矩 $T = IBN \times 2\pi r^2 \cos \theta [\text{N} \cdot \text{m}]$ ，其中 r 是半径。

[例题 1] 某均匀的强磁场中，在与磁场垂直方向上长 15 cm 的载流电线中流过 10A 的电流时，作用在电线上的力是 $4.5 \times 10^{-3} \text{N}$ 。问磁场强度是多少？

[解答] 由式 (2.1)， $F = BIl \sin \theta [\text{N}]$ ，在这里，因为 $\sin \theta = 1$ ， $\mu_s = 1$ ，所以 $F = BIl = \mu_0 HIl$

因此

$$H = \frac{F}{\mu_0 Il} = \frac{4.5 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 10 \times 15 \times 10^{-2}} = 2.39 \times 10^3 \text{ AT/m}$$

[例题 2] 在空气中，现在有两根被支撑着的长 15 m 相距 40 cm 的平行电线。当两根电线都流过 60A 的电流时，问电线间的作用力是多少？

[解答] 由式 (2.2)，电线间的作用力 $F [\text{N}]$ 为

$$F = \frac{2I_1 I_2 l}{r} \times 10^{-7} = \frac{2 \times 60 \times 60 \times 15}{40 \times 10^{-2}} \times 10^{-7}$$

$$= 2.7 \times 10^{-2} \text{ N}$$

[例题 3] 由长 30cm，宽 20 cm 的 10 匝线圈组成如图 2.4 的长方形线圈，流过 4A 的电流。将其置于磁通密度为

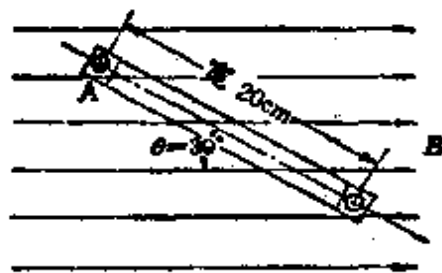


图 2.4

$B = 0.5 \text{ Wb/m}^2$ 的均匀磁场内，并与磁场方向成 30° 角时，问

在线圈的一边 A 上产生的电磁力是多少？还有，此时在线圈上产生的转矩是多少？

[解答] 由式 (2.3) 在线圈的一边 A 上产生的电磁力 F [N] 为

$$F = IBaN = 4 \times 0.5 \times 30 \times 10^{-2} \times 10 = 6 \text{ N}$$

还有，由式 (2.4)，在线圈上产生的转矩 T [N·m] 为

$$T = Fb \cos \theta = 6 \times 20 \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.04 \text{ N}\cdot\text{m}$$

2.2 电磁力作功

如 2.1 节 [3] 所说明，均匀磁场内的直线导体在与磁场垂直方向上所受的电磁力，可表示为 $F = BIl$ [N]。如图 2.5 所示，假如导体受力的作用仅仅移动 x [m] 的距离，那么电磁力对导体作的功 W [J] 为

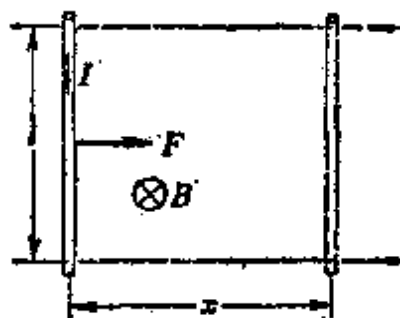


图 2.5 电磁力作功

$$W = Fx = BIlx \text{ [J]} \quad (2.6)$$

并且，假设导体移动 x [m] 的距离需要的时间为 t [s]，那么电磁力在单位时间内作的功，也就是说机械功率 P [W] 为

$$P = \frac{W}{t} = I \frac{\Phi}{t} \text{ [W]}^* \quad \text{其中, } \Phi = Blx \quad (2.7)$$

或者，由式 (2.6)

$$P = F \frac{x}{t} = Fv = BIlv \text{ [W]} \quad (2.8)$$

* 原书磁通记为 ϕ ，按国标 GB3102.5-82 磁通改记为 Φ ——译者。

[例题 1] 均匀磁场中的载流电线流过 40 A 电流, 如果在 2s 的时间内作的功是 4.8×10^{-3} [J]。问如果电线在磁场中的长度为 80cm, 移动的距离为 3cm, 那么, (1) 磁通密度是多少? (2) 均匀磁场的磁场强度是多少? (3) 这时作的功是多少?

[解答] (1) 由式(2.6), $W = BIlx$, 由此式可求磁通密度 B [Wb/m²] 为

$$B = \frac{Pt}{Ilx} = \frac{4.8 \times 10^{-3}}{40 \times 80 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^{-3} \text{ Wb/m}^2$$

(2) 磁场强度 H [AT/m] 为

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{5 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7}} = 3.98 \times 10^3 \text{ AT/m}$$

(3) 由式(2.7), 作的功 P [W] 为

$$P = \frac{W}{t} = \frac{4.8 \times 10^{-3}}{2} = 2.4 \times 10^{-3} \text{ W}$$

[例题 2] 如果导体中流过 20 A 的电流, 该导体在电磁力的作用下运动, 在 0.2 s 的时间内切割磁通 0.03 Wb。问此时产生的机械能及功率各是多少?

[解答] 因为产生的机械能与电磁力对导体作的功是相等的, 由式(2.6)

$$W = BIlx = I\Phi = 20 \times 0.03 = 0.6 \text{ J}$$

另外, 产生的功率是电磁力在单位时间内所作的功, 也就是说由式(2.7), 机械功率等于

$$P = \frac{W}{t} = \frac{0.6}{0.2} = 3 \text{ W}$$

2.3 电磁感应和感应电动势

当穿过线圈的磁通发生变化时，导体因切割磁通而产生感应电动势。这种现象叫做电磁感应，这种电动势就叫做感应电动势，导体中流过的相应电流叫做感应电流。与此有关的定律归纳如下：

(1) 法拉第电磁感应定律 由于电磁感应，在电路中感生的电动势的大小，与穿过该电路的磁通对时间的变化率成正比。

(2) 楞次定律 由于电磁感应所产生的电动势的方向，为由其感应电流所产生的新磁通总是力求反抗原磁通的变化。

(3) 弗来明右手定则 是当导体在磁场中作切割磁通的运动时，而用以确定产生感应电动势的方向的简便定则（图 2.6、图 2.7）。即

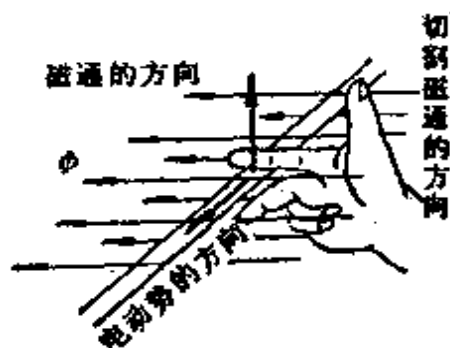


图 2.6 弗来明右手定则

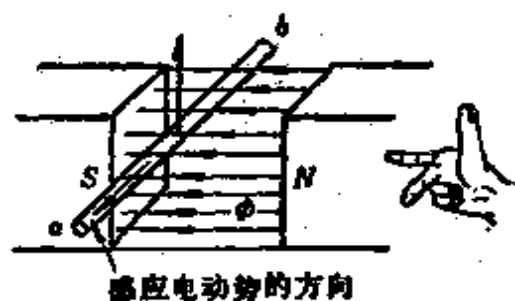


图 2.7

磁通的方向→食指

切割磁通的方向→拇指

电动势的方向→中指

[1] 与线圈交链的磁通变化时，产生的感应电动势[定律

(1)、(2)]

$$e = -\frac{\Delta\psi}{\Delta t} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} [\text{V}] \quad (2.9)$$

其中, ψ 为磁链数, N 为匝数。

[2] 在均匀磁场内运动导体的感应电动势 (图 2.8、图 2.9)

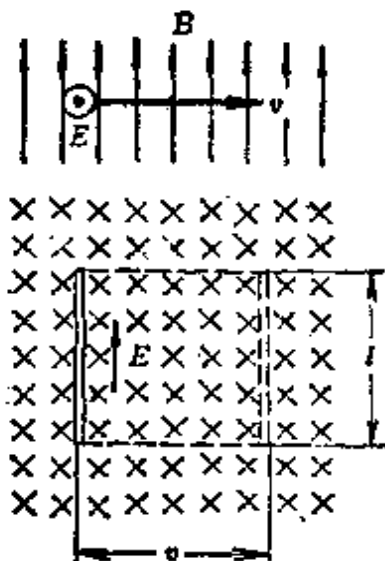


图 2.8 作直线运动导体的感应电动势

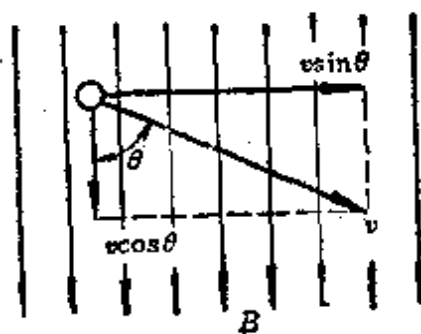


图 2.9 速度矢量的分解

如果磁通密度为 $B[\text{Wb/m}^2]$, 导体的运动速度为 $v[\text{m/s}]$, 导体的长度为 $l[\text{m}]$, 那么

当导体与磁场方向成直角时

$$E = Bvl [\text{V}] \quad (2.10)$$

当导体与磁场方向成 θ 角时

$$E = Bvl \sin\theta [\text{V}] \quad (2.11)$$

[3] 在均匀磁场内作旋转运动导体的感应电动势 (图 2.10、图 2.11)

$$e = Bvl \sin\varphi = E_m \sin\varphi [\text{V}] \quad (2.12)$$

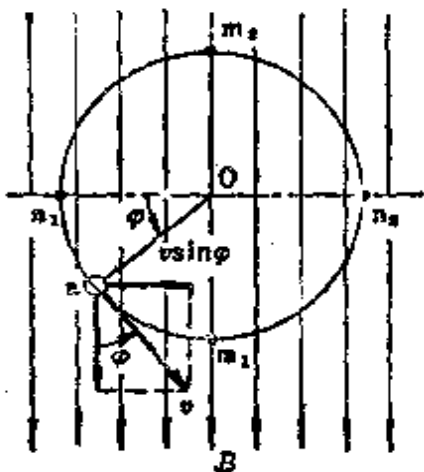


图 2.10 在磁场中作旋转运动
导体的感应电动势

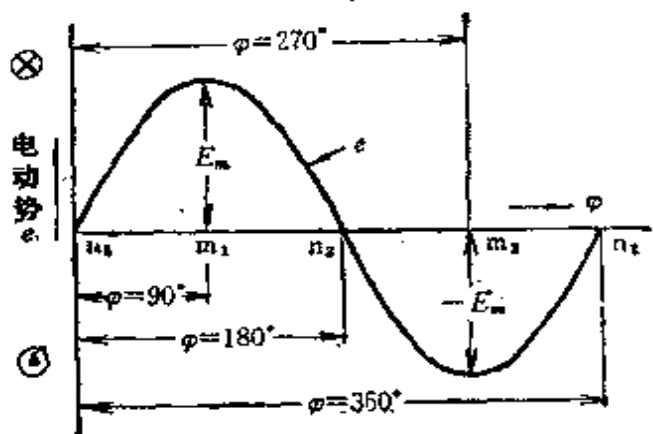


图 2.11 正弦波交流电动势

在这里, φ 用弧度表示, $\varphi = \omega t$ [rad], ω 是角速度或角频率 [rad/s]

$$e = E_m \sin \omega t = E_m \sin 2\pi f t \text{ [V]} \quad (2.13)$$

[4] 在均匀磁场内线圈旋转时的感应电动势

$$e = N \omega A B \sin \omega t = E_m \sin \omega t \text{ [V]} \quad (2.14)$$

其中, N 是匝数, A 是线圈面的面积 [m^2]。

[例题 1] 假设在一个单匝线圈中, 在 $\frac{1}{100}$ s 的时间内穿过线圈的磁通由 5Wb 变为 0, 问线圈中产生的感应电动势是多少?

[解答] 由式(2.9)

$$e = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{-5}{\frac{1}{100}} = 500 \text{ V}$$

[例题 2] 在磁通密度 $B = 0.2 \text{ Wb/m}^2$ 的磁场中有一长 30 cm 的导体, 它与磁场方向成直角并以 20m/s 的速度运动, 问此时导体中的感应电动势是多少?

【解答】 由式(2.10)

$$E = Bvl = 0.2 \times 20 \times 30 \times 10^{-2} = 1.2 \text{ V}$$

【例题 3】 在一单匝线圈内与其交链的磁通为 Φ , 如果使磁通按图 2.12 所示的时间比例变化时, 求线圈产生的感应电动势是多少?

【解答】 磁通的变化如图 2.12 所示,

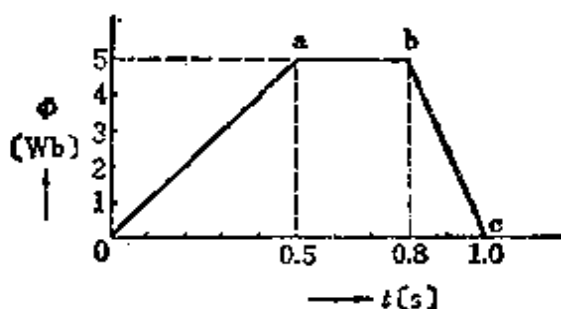


图 2.12

0→a(磁通增加)时

$$e = -\frac{5}{0.5} = -10 \text{ V}$$

a→b(磁通没有变化)时, $e = 0 \text{ V}$

b→c(磁通减少)时, $e = -\frac{-5}{0.2} = 25 \text{ V}$

【例题 4】 把半径为 $r = 0.02 \text{ m}$ 的 20 匝圆形线圈置于磁通密度为 $B = 0.6 \text{ Wb/m}^2$ 的均匀磁场中, 线圈垂直于磁场的中心轴且以角速度 $\omega = 314 \text{ rad/s}$ 旋转时, 求在这个线圈的两端产生的感应电动势及其频率各是多少?

【解答】 因为圆形线圈面的面积为 $A = \pi r^2 = 3.14 \times 0.02^2 = 1.26 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, 利用式(2.14)

$$\begin{aligned} e &= N\omega AB \sin \omega t \\ &= 20 \times 314 \times 1.26 \times 10^{-3} \times 0.6 \sin 314 t \end{aligned}$$

$$= 4.75 \sin 314t \text{ V}$$

又,此时的频率 f [Hz] 可由式(2.13)来求

$$\omega = 2\pi f, f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$$

2.4 感应作用和电感

[1] 感应作用

当流过某一线圈的电流随时间变化时,由该电流产生的磁通也随时间变化。由于线圈本身交链磁通的变化而在该线圈内感生电动势的现象叫做自感。另外,当某一线圈的变化磁通与另一线圈交链时,在线圈中感生电动势的现象叫做互感。

[2] 自感

如果把电流 I [A] 与磁链 ψ [Wb] 的关系设为比例常数 L , 那么

$$\psi = N\Phi = LI \text{ [Wb]} \quad (2.15)$$

特别把这个比例常数叫做自感,它的单位是[Wb]/[A], 在这里单位用[H]表示叫做亨,一般情况下用毫亨, [mH] = 10^{-3} [H]。

另外,用自感 L 来表示因自感而产生的电动势 e [V]

$$e = -\frac{\Delta\psi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ [V]} \quad (2.16)$$

其中, $\Delta\psi = N\Delta\Phi$

[3] 互感

如果把电流 I [A] 和其他线圈的磁链 ψ_m [Wb] 的关系设为比例常数 M , 那么

$$\psi_m = N_2 \Phi_m = MI [\text{Wb}] \quad (2.17)$$

把这个比例常数 M 叫做互感。单位同 L 一样也用亨[H]表示。

另外,用互感 M 来表示因互感而产生的电动势 e_m [V],

$$e_m = -\frac{\Delta \psi_m}{\Delta t} = -M \frac{\Delta I}{\Delta t} [\text{V}] \quad (2.18)$$

其中, $\Delta \psi_m = N_2 \Delta \Phi_m$, N_2 为其他线圈的匝数。

[例题 1] 有一个 80 匝的载流线圈, 流过 0.5 A 的电流时, 其产生的 $2.5 \times 10^{-3} \text{Wb}$ 磁通和全部线圈交链。自感 L 应是多少?

[解答] 磁链数 ψ 是匝数 N 和磁通 Φ 的乘积, $\psi = N\Phi$ [Wb], 由式(2.15)

$$\begin{aligned} L &= \frac{\psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \frac{80 \times 2.5 \times 10^{-3}}{0.5} \\ &= 400 \times 10^{-3} \text{H} = 400 \text{mH} \end{aligned}$$

[例题 2] 自感 L 为 600 mH 的载流线圈, 如果电流在 $\frac{1}{50}$ s 的时间内减少 15A 时, 求感应电动势是多少?

[解答] 由式(2.16)

$$e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -600 \times 10^{-3} \times \frac{(-15)}{\frac{1}{50}} = 450 \text{V}$$

[例题 3] 互感 M 为 30mH 的两个电路, 如果其中一个电路中的电流在 0.2 s 的时间内增加 40A 时, 求另外一个电路产生的感应电动势是多少?

[解答] 由式(2.18)

$$e_m = -M \frac{\Delta I}{\Delta t} = (-30 \times 10^{-3}) \times \frac{40}{0.2} = -6 \text{ V}$$

2.5 磁耦合的自感和互感

[1] 两个线圈之间的耦合系数[图 2.13(a)、(b)]

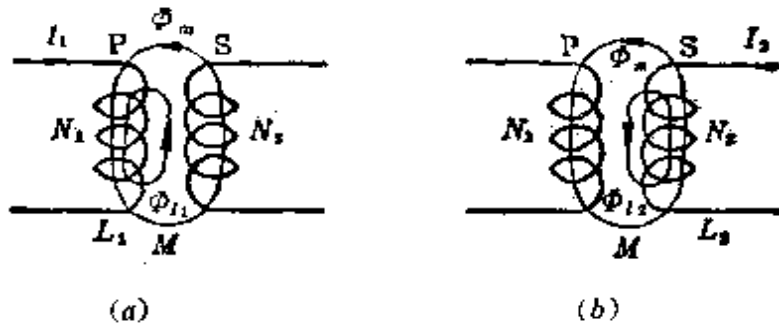


图 2.13 耦合系数 k

两个线圈 P 和 S 之间有互感作用时, 用耦合系数来表示它们之间耦合状态的程度(线圈的位置、形状、尺寸)。如果线圈 P 的自感为 $L_1[\text{H}]$, 线圈 S 的自感为 $L_2[\text{H}]$, PS 之间的互感为 $M[\text{H}]$, 耦合系数是 k , 则

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}[\text{H}] \quad (2.19)$$

k 的取值范围为 $0 \leq k \leq 1$, $k=1$: 全耦合(没有漏磁通),
 $k=0$: 没有耦合。

[2] 在磁耦合下两个自感的串联连接[图 2.14(a)、(b)]

在磁耦合下, P 、 S 线圈串联连接の場合, 设 A 、 B 端钮之间总自感为 $L[\text{H}]$,

$$\left. \begin{array}{l} (1) \text{ 顺接} \\ L = L_1 + L_2 + 2M[\text{H}] \\ (2) \text{ 反接} \\ L = L_1 + L_2 - 2M[\text{H}] \end{array} \right\} \quad (2.20)$$

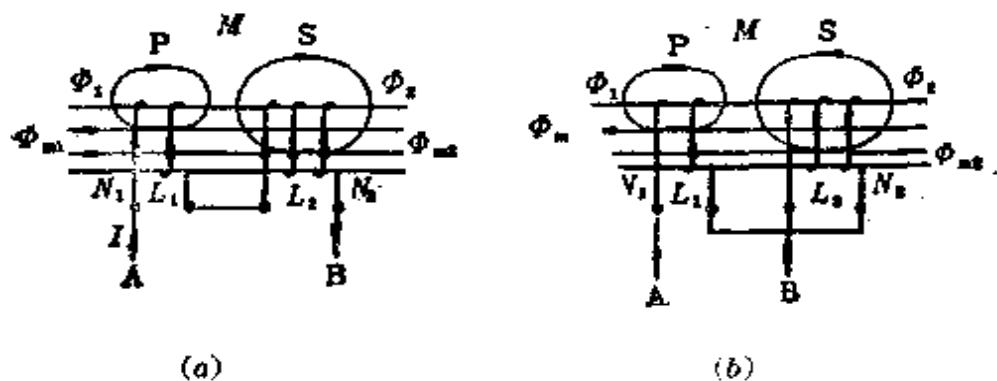


图 2.14 一个线圈的总自感

其中, L_1 为 P 线圈的自感, L_2 为 S 线圈的自感, M 为 P 、 S 相互之间的互感。

[3] 圆筒以及环形线圈电感的计算法

(1) 没有漏磁通的铁心线圈的自感

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{\mu N^2 A}{l} = \frac{N^2}{R_m} [\text{H}] \quad (2.21)$$

(2) 没有漏磁通的铁心线圈的互感

$$M = \frac{N_2 \Phi_m}{I} = \frac{\mu N_1 N_2 A}{l} = \frac{N_1 N_2}{R_m} [\text{H}] \quad (2.22)$$

(3) 有漏磁通的自感

$$L' = \lambda L = \lambda \frac{N^2}{R_m} [\text{H}] \quad (2.23)$$

其中, λ 为长筒系数, $\lambda < 1$ (系数取决于圆筒直径与圆筒长度的比值 $\frac{D}{l}$)

<注> (1) 的关系式, 因为式 (2.21) $L = \frac{N\Phi}{I}$ 是基本公式, 式 (1.37) $Hl = IN$ 是安培环路定律, 所以式 (1.30) $\Phi = BA$, 式 (1.47) $R_m = \frac{l}{\mu A}$ 是成立的。(2) 也同样。

[例题 1] 有两个线圈 P 和 S , 它们各自的自感为 L_p 、 L_s 以及互感 M , 当 $L_p=0.15\text{H}$, $L_s=0.2\text{H}$, $M=0.1\text{H}$ 时, 求两个线圈的耦合系数 k 是多少?

[解答] 由式(2.19)

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_p L_s}} = \frac{0.1}{\sqrt{0.15 \times 0.2}} \approx 0.58^*$$

[例题 2] 如图 2.15 所示的环形螺线管横截面的面积 $A=2.5 \times 10^{-4}\text{m}^2$, 磁路的平均长度 $l=2 \times 10^{-1}\text{m}$, 线圈的匝数是 2000 匝且均匀排列。求插入磁导率是 10^3 的铁心时以及空心时的自感各是多少? 这里不考虑漏磁通。

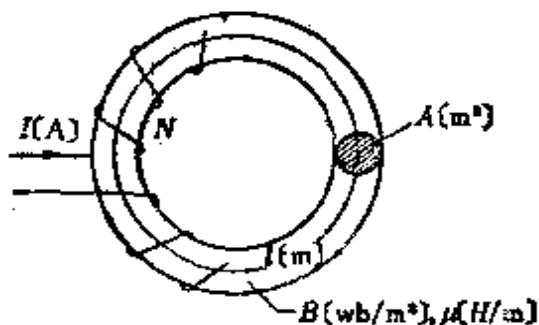


图 2.15

[解答] 由式(2.21)

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l} = \frac{\mu_s \mu_0 N^2 A}{l} [\text{H}]$$

插入铁心($\mu_s=10^3$)时

$$L = \frac{\mu_s \mu_0 N^2 A}{l} = \frac{10^3 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 2000^2 \times 2.5 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-1}} \\ = 6.28 \text{ H}$$

空心($\mu_s=1$)时

* 原书误为 0.58]H]——译者。

$$L_0 = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = \frac{L}{\mu_s} = \frac{6.28}{10^3} = 6.28 \times 10^{-3} \text{H} = 6.28 \text{mH}$$

[例题 3] 有一个共用的铁心，其上线圈 A 的匝数为 1500 匝，线圈 B 的匝数为 600 匝。当线圈 A 中流过 12 A 的电流时，如果在铁心中产生的磁通为 $8 \times 10^{-3} \text{Wb}$ ，那么在线圈 A 、 B 之间的互感是多少？另外， A 及 B 的自感是多少？在此，假设没有漏磁通。

[解答] 如果设线圈 A 、 B 的自感分别为 $L_1[\text{H}]$ 、 $L_2[\text{H}]$ ，线圈 A 、 B 之间的互感为 $M[\text{H}]$ ，则

由式 (2.21)

$$L_1 = \frac{N_1 \Phi_m}{I_1} = \frac{1500 \times 8 \times 10^{-3}}{12} = 1 \text{H}$$

由式 (2.22)

$$M = \frac{N_2 \Phi_m}{I_1} = \frac{600 \times 8 \times 10^{-3}}{12} = 0.4 \text{H}$$

因为 $k=1$ ，对于式 (2.19)

$$M = \sqrt{L_1 L_2}$$

$$\text{所以, } L_2 = \frac{M^2}{L_1} = \frac{0.4^2}{1} = 0.16 \text{H}$$

2.6 磁场中储存的磁能

[1] 由于自感储存的磁能

在自感为 $L[\text{H}]$ 的线圈中流过电流 $I[\text{A}]$ 时，这个线圈中储存的磁能 $W[\text{J}]$ ，为

$$W = \frac{1}{2} L I^2 [\text{J}] \quad (2.24)$$

[2] 磁场中储存的能量

在磁场强度为 H [AT/m], 磁通密度为 B [Wb/m²] 的磁场中单位体积储存的能量 w [J/m³] 为

$$w = \frac{1}{2} \times \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 = \frac{1}{2} BH \text{ [J/m}^3\text{]} \quad (2.25)$$

[3] 磁的吸引力(图 2.16)

如图 2.16 所示, 设电磁铁 M 的磁场强度为 H [AT/m], 磁通密度为 B [Wb/m²], 铁心与衔铁的全部接触面积为 A_0 [m²], 对应于铁心吸引衔铁时的吸引力为 F [N], 则有

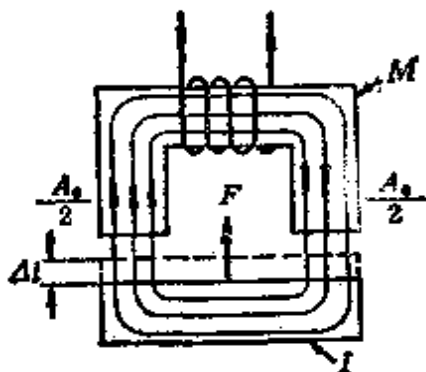


图 2.16 磁的吸引力

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} A_0 \text{ [N]} \quad (2.26)$$

[例题 1] 在自感为 0.1 H 的线圈中流过 2 A 的电流时, 求储存的磁能是多少?

[解答] 由式(2.24)

$$W = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 2^2 = 0.2 \text{ J}$$

[例题 2] 对某磁路提供 3000 AT 的磁动势时, 产生 2×10^{-3} Wb 的磁通。磁化这个磁路需要多少能量?

[解答] 由式(2.15), 求出 $L = \frac{N\Phi}{I}$ 代入式(2.24)

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times \frac{N\Phi}{I} I^2 = \frac{IN\Phi}{2} \\ &= \frac{3000 \times 2 \times 10^{-3}}{2} = 3 \text{ J} \end{aligned}$$

〔例题 3〕 某一横截面的面积 30 cm^2 ，长 60 cm ，相对磁导率 1000 的磁路中，在 300 匝的载流线圈中流过 2 A 的电流。这个磁路中储存的磁能是多少？其中，假设没有漏磁通。

〔解答〕 把式(2.21)的 $L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{\mu N^2 A}{l}$ 代入式(2.24)

$$W = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \times \frac{\mu N^2 A}{l} I^2 = \frac{\mu_s \mu_0 N^2 A I^2}{2l}$$
$$= \frac{1000 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 300^2 \times 30 \times 10^{-4} \times 2^2}{2 \times 0.6} = 1.13 \text{ J}$$

〔例题 4〕 在圆筒状的螺线管内，有两根横截面的面积为 8 cm^2 的铁棒互相结合在一起。现在，对铁棒进行励磁，当棒的结合点的磁通密度为 0.5 Wb/m^2 时，求把铁棒拉开时需要的力？

〔解答〕 因为在这种场合，两根铁棒的全部接触面积为 A_0 ， $A_0 = 8 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ，由式(2.26)

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} A_0 = \frac{0.5^2 \times 8 \times 10^{-4}}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 79.6 \text{ N}$$

2.7 静电力和电场强度

〔1〕 关于静电力的库仑定律(图 2.17)

作用在两个点电荷之间的静电力的大小，与两个电荷的乘积成正比，与两个电荷之间的距离平方成反比。这就是关于静电力的库仑定律。如图所

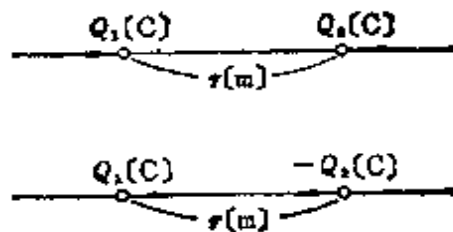


图 2.17

示,置于真空中的点电荷 $Q_1[\text{C}]$ 和 $Q_2[\text{C}]$ 之间的距离为 $r[\text{m}]$ 时,它们相互间作用的静电力 $F[\text{N}]$ 为

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \epsilon_0 r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{Q_1 Q_2}{r^2} [\text{N}] \quad (2.27)$$

在有介质存在的场合,介质的相对电导率为真空中电导率 $\epsilon_0 = 8.855 \times 10^{-12} [\text{F/m}]$ 的 ϵ_s 倍,特别是在空气中将变为 $\epsilon_s \approx \epsilon_0$ 。另外,作用力 F 在两个电荷的连接方向上,同性电荷之间呈排斥力,异性电荷之间呈吸引力。

[2] 电场强度

在某带电体的周围,对其他带电体存在静电力作用的空间叫做电场。在这个电场中,设一个 $+1\text{C}$ 的单位正电荷不会引起这个电场的紊乱,而且把电场作用在单位正电荷上的静电力的大小定为电场的大小,则静电力的方向定为电场的方向。象这样的电场强度是具有大小和方向的矢量。从而,电荷 $Q[\text{C}]$ 在距离 $r[\text{m}]$ 点的电场强度 $E[\text{V/m}]$ 为?

$$\left. \begin{array}{l} \text{在真空中} \quad E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \times \frac{Q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{Q}{r^2} [\text{V/m}] \\ \text{在介质中} \quad E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_s} \times \frac{Q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{Q}{\epsilon_s r^2} [\text{V/m}] \end{array} \right\} (2.28)$$

另外,当电场强度为 $E[\text{V/m}]$,在这个电场中具有电荷 $Q[\text{C}]$ 时,作用在这里的静电力为 $F[\text{N}]$

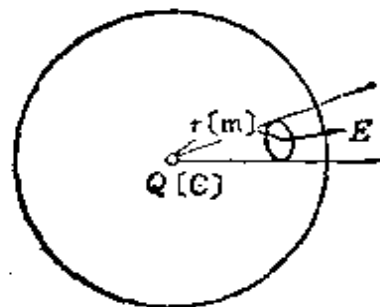
$$F = QE [\text{N}] \quad (2.29)$$

或者

$$E = \frac{F}{Q} [\text{V/m}] \quad (2.30)$$

[3] 电力线和电场强度(图 2. 18)

电力线是为了了解电场的状态而假想出来的一种曲线。并且规定与电力线垂直的面上的电力线密度正好和电场强度的大小相等, 电力线的切线方向和电场的方向一致。如图所示, 在真空中的电荷 $Q[C]$ 辐射出的电力线总数为 N 根, 则



$$E \text{ (V/m)} = E \text{ (根/m}^2\text{)}$$

图 2. 18 电力线的思考方法

$$\begin{aligned} N &= E \times 4\pi r^2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 \\ &= \frac{Q}{\epsilon_0} \text{ 根} \end{aligned} \quad (2. 31)$$

[例题 1] 放置在真空中的两个点电荷的电荷量分别是 $5 \mu\text{C}$ 和 $-1.6 \mu\text{C}$, 它们之间的距离是 1.2m 时, 在这两个点电荷之间的作用力 $[N]$ 是多少?

[解答] 由式 (2. 27)

$$\begin{aligned} F &= 9 \times 10^9 \times \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \\ &= 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6} \times (-1.6 \times 10^{-6})}{1.2^2} \\ &= -5 \times 10^{-2} \text{N (吸引力)} \end{aligned}$$

[例题 2] 在电场中的某点上存在一个 2C 的电荷时, 假如作用在那个电荷上的静电力是 4N 。求那点的电场强度。

[解答] 由式 (2. 30)

$$E = \frac{F}{Q} = \frac{4}{2} = 2\text{V/m}$$

2.8 电通和电通密度

[1] 电通

电力线的数目随电介质的介电常数 ϵ 而不同, 为了和电力线区别, 把与电荷的电量 $Q[\text{C}]$ 相等的线定义为假想的电通 $\psi[\text{C}]$ 。这样一来, 只要给出 $+Q[\text{C}]$ 和 $-Q[\text{C}]$, 就可认为从 $+Q$ 到 $-Q$ 有电通 $Q[\text{C}]$ 且和介质的种类没有关系。

$$\psi = Q[\text{C}] \quad (2.32)$$

[2] 电通密度

把每 1 m^2 的单位面积的电通数 $\psi[\text{C}]$ 叫做电通密度 $D[\text{C}/\text{m}^2]$ 。

(1) 通过和电场垂直的平面 $A[\text{m}^2]$ 的电通 $\psi[\text{C}]$ 为

$$\psi = DA[\text{C}] \quad (2.33)$$

(2) 由式 (2.31)、式 (2.32)、式 (2.33), 在电场强度为 $E[\text{V}/\text{m}]$ 的真空电场中

$$D = \epsilon_0 \frac{N}{A} = \epsilon_0 E[\text{C}/\text{m}^2] \quad (2.34)$$

其中, $\frac{N}{A} = E$ 为电力线密度[根/ m^2]

(3) 在电场强度为 $E[\text{V}/\text{m}]$, 介电常数为 $\epsilon[\text{F}/\text{m}]$ 的电场中

$$D = \epsilon E = \epsilon_s \epsilon_0 E[\text{C}/\text{m}^2] \quad (2.35)$$

其中, ϵ_s 为相对介电常数, ϵ_0 为真空中的介电常数

[例题 1] 在空气中, 电场强度为 $3 \times 10^4 \text{ V}/\text{m}$ 的点的电通密度是多少?

[解答] 把 $\epsilon_s = 1$ 代入式 (2.35) 中

$$D = \epsilon_0 E = 8.855 \times 10^{-12} \times 3 \times 10^4 = 2.657 \times 10^{-7} [\text{C}/\text{m}^2]$$

[例题 2] 在相对介电常数为 10 的电场中有一个 $0.2 \times 10^{-6} \text{C}$ 的点电荷。求在离这个点电荷 5cm 处点的电通密度是多少?

[解答] 由式 (2.35)

$$D = \epsilon E = \epsilon \frac{Q}{4\pi \epsilon r^2} = \frac{Q}{4\pi r^2} [\text{C}/\text{m}^2]$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } D &= \frac{0.2 \times 10^{-6}}{4\pi \times (5 \times 10^{-2})^2} = \frac{0.2 \times 10^{-6}}{4\pi \times 25 \times 10^{-4}} \\ &= 6.37 \times 10^{-6} \text{C}/\text{m}^2 \end{aligned}$$

2.9 高斯定理和电场强度

[1] 高斯定理

2.8 节的[1]中关于电通已定义为 $\psi = Q[\text{C}]$ 。在如图 2.19 所示的闭合面 A^* 中有 $+Q_1, -Q_2, -Q_3, \dots$ 数个负电荷、正电荷的场合, 如果令电荷的代数和 $Q = Q_1 + (-Q_2) + Q_3 + \dots$, 则从闭合面 A 穿出的全部电通的大小 ψ 和 Q 相等。也就是说穿出某闭合面的电通的大小和闭合面内所包含的电荷的电量的代数和相等。这就叫做高斯定理。按照高斯定理, 电力线 N 、电通 ψ 和电场 E 的关系为

$$\Sigma N = \frac{1}{\epsilon_0} \Sigma Q = \Sigma_A E_n \Delta A$$

穿过闭合面的全部电力线
= $\frac{\text{闭合面内电荷的代数和}}{\text{真空中的介电常数}}$

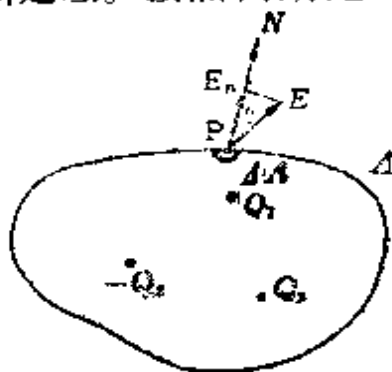


图 2.19

* 为了符号统一, 此处将 S 改为 A ——译者。

$$= (\text{电场强度的垂直分量} \times \text{面积}) \text{的总和} \quad (2.36)$$

[2] 电场强度

(1) 球导体的电场强度 假设象图 2.20 那样, 球导体的半径为 a [m], 在离球中心为 r [m] 点的电场强度为 E_r [V/m], 那么按照高斯定理 $Q = \epsilon_0 EA$ 可表示为

$r = a$ 时

$$E_a = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \text{ [V/m] } \left. \vphantom{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2}} \right\}$$

$r > a$ 时

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ [V/m] } \left. \vphantom{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}} \right\}$$

(2.37)

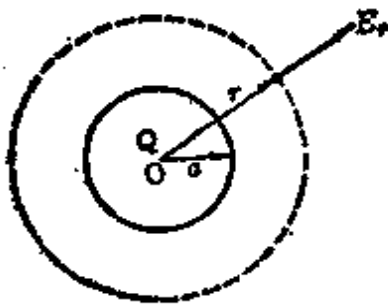


图 2.20

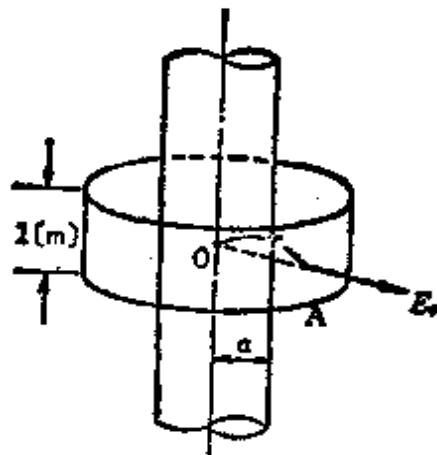


图 2.21

(2) 无限长圆筒导体的电场强度在图 2.21 中, 电力线与圆筒轴线垂直且呈辐射状, 在距离圆筒轴为 r [m] 点的电场强度为 E_r [V/m], 把长为 1 m 的圆筒的全部表面看作闭合面 A , 根据高斯定律,

$r = a$ 时

$$\left. \begin{aligned} E_a &= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a} [\text{V/m}] \\ E_r &= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r} [\text{V/m}] \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

其中, Q 是每单位长度的电荷 $[\text{C/m}]$

【例题 1】 把 $+5\ \mu\text{C}$, $-2\ \mu\text{C}$, $+3\ \mu\text{C}$ 的电荷置于大气中某闭合面的内侧时, 求穿出这个闭合面的电力线是多少根?

【解答】 由式 (2.36)

$$\begin{aligned} N &= \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{(5-2+3) \times 10^{-6}}{8.855 \times 10^{-12}} = \frac{6 \times 10^{-6}}{8.855 \times 10^{-12}} \\ &= \frac{6}{8.855} \times 10^6 \\ &= 0.677 \times 10^6 = 6.77 \times 10^5 \text{ 根} \end{aligned}$$

【例题 2】 在真空中, 把 $5 \times 10^{-7}\ \text{C}$ 的电荷置于直径为 10cm 的球导体中时, 求下面各量: (1) 导体表面的电场强度 \uparrow (2) 距离导体表面 5cm 处点的电场强度 \uparrow

【解答】 由式 (2.37)

(1) 导体表面的电场强度

$$\begin{aligned} E_a &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{Q}{a^2} \\ &= 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-7}}{(5 \times 10^{-2})^2} \\ &= 1.8 \times 10^6 \text{ V/m} \end{aligned}$$

(2) 距离导体表面 5cm 处点的电场强度

$$E_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{Q}{r^2}$$

$$\begin{aligned} &= 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-7}}{[(5+5) \times 10^{-2}]^2} \\ &= 4.5 \times 10^5 \text{ V/m} \end{aligned}$$

2.10 电位、电位差和电位梯度

[1] 电位

在电场内把 1C 的单位正电荷沿与电场相反的方向移动到任意点所做的功, 定为那点的电位。这样一来, 因为电位是电场内的单位正电荷所具有的位能, 所以电场强度不能用标量表示。

[2] 电位差

把电场内两点电位的差值叫做电位差或电压。

[3] 电位梯度(图 2.22)

图 2.22 所示是一条电位曲线, 这个电位曲线的斜度叫做电位梯度, 即用它来表示单位长度上电位增长的速率, 设电位梯度是 $g[\text{V/m}]$, 则

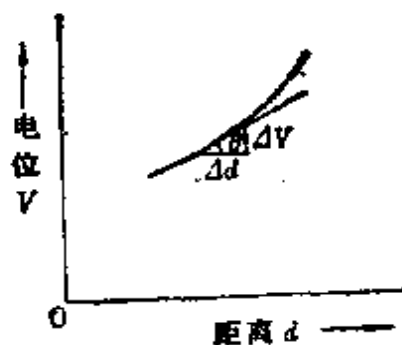


图 2.22

$$g = \frac{\Delta V}{\Delta d} = \tan \theta = -E[\text{V/m}] \quad (2.39)$$

这时电场强度变为 $E = -\frac{\Delta V}{\Delta d}[\text{V/m}]$, E 和 g 的符号相反, 它们的绝对值相等。

[4] 电位的大小

(1) 点电荷的电位 如果在介电常数为 ϵ 的电介质中有

一个点电荷 Q [C] 时, 那么距离这个点电荷为 r [m] 的 P 点电位 V_p [V] 为

$$V_p = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} = 9 \times 10^9 \times \frac{Q}{\epsilon_s r} \text{ [V]} \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} \langle \text{参考} \rangle \quad V_p &= - \int_{\infty}^r E_x dx = - \int_r^{\infty} E_x dx \\ &= \int_r^{\infty} \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} dx = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left[-\frac{1}{x} \right]_r^{\infty} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} \text{ [V]} \end{aligned}$$

(2) 球导体的电位 在介电常数为 ϵ 的电介质中, 给半径为 a [m] 的球导体加上电荷 Q [C] 时,

$$\text{球面上的电位} \quad V_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon a} \text{ [V]} \quad (2.41)$$

这和假定点电荷处于中心位置时的情形相同, 此外, 球内的电位和球面上的电位相等。则有

离球的中心 r [m] ($r > a$) 处的电位

$$V_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} \text{ [V]} \quad (2.42)$$

[例题 1] 在真空中有一个 10^{-10} C 的点电荷, 求距离电荷 2 m 远处的点电位和电位梯度。

[解答] 以 $\epsilon_s = 1$ 代入电位式 (2.40)

$$V_p = 9 \times 10^9 \times \frac{Q}{r} = 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-10}}{2} = 0.45 \text{ V}$$

另外, 由电位梯度的公式 (2.39)

$$\begin{aligned} g &= \frac{\Delta V}{\Delta d} = -E = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = -9 \times 10^9 \times \frac{Q}{r^2} \\ &= -9 \times 10^9 \times \frac{10^{-10}}{2^2} = -0.225 \text{ V/m} \end{aligned}$$

[例题 2] 空气中, 有边长为 40 cm 的正三角形, 其各顶点

上设有 $\sqrt{3} \times 10^{-9} \text{C}$ 点电荷时, 求三角形重心的电位。

[解答] 由式(2.40), 设三角形重心的电位是 $V[\text{V}]$,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{Q}{r} = 9 \times 10^9 \sum \frac{Q}{r}$$

所以

$$\begin{aligned} V &= 9 \times 10^9 \times \frac{3Q}{r} \\ &= 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times \sqrt{3} \times 10^{-9}}{40 \times 10^{-2} \sqrt{3}} \\ &= \frac{81 \times 10^2}{40} = 202.5 \text{V} \end{aligned}$$

[例题3] 置于真空中直径为 1m 的球导体表面电场强度为 30kV/cm 时, 求球导体的电位。

[解答] 因为球导体表面的电场强度 $E_a = 30^{10^5} \text{kV/cm}$, 由式(2.41)可求出球导体表面上的电位 $V_a[\text{V}]$,

$$\begin{aligned} V_a &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{Qa}{4\pi\epsilon_0 a^2} = E_a a \\ &= 30 \times 10^5 \times 0.5 = 1.5 \times 10^6 \text{V} \end{aligned}$$

2.11 各种形状导体的静电电容

[1] 求静电电容的基本公式

在空间, 有一正在带电的导体, 所带电荷为 $Q[\text{C}]$, 假设导体的电位为 $V[\text{V}]$, 则导体的静电电容定义如下

$$C = \frac{Q}{V} [\text{F}] \quad (2.43)$$

单位是 $[\text{C}]/[\text{V}]$, 用 $[\text{F}]$ 表示叫做法。一般情况下经常用微法 $[\mu\text{F}] = 10^{-6}[\text{F}]$, 或者用皮法 $[\text{pF}] = 10^{-12}[\text{F}]$ 。

[2] 球导体的静电电容

在某电介质中，有一正在带电的半径为 a [m] 的孤立球导体，所带电荷为 Q [C] 时，它的表面电位为 V [V]，假如静电电容为 C [F]，由于 $V_a = \frac{Q}{4\pi\epsilon a}$ [V] (式 2.41) 的关系，那么

$$C = \frac{Q}{V_a} = 4\pi\epsilon a = \frac{\epsilon_s a}{9 \times 10^9} \text{ [F]} \quad (2.44)$$

其中， ϵ_s 是相对介电常数(电容率)

[3] 平行板的静电电容(图 2.23)

两块相距为 d [m] 的金属平行板，相对面的面积为 A [m²]，平行板间的电位差是 U [V] 时，如果平行板间的静电电容是 C [F]，那么，因为 $E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon A}$ [V/m] [式 (2.35)，(2.32)、(2.33)]， $U = Ed = \frac{Qd}{\epsilon A}$ [V] [式 (2.39)] 的关系，

则有

$$\begin{aligned} C &= \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon A}{d} \\ &= 8.855 \times 10^{-12} \times \frac{\epsilon_s A}{d} \text{ [F]} \end{aligned} \quad (2.45)$$

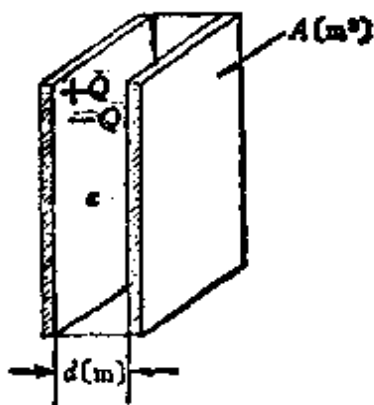


图 2.23

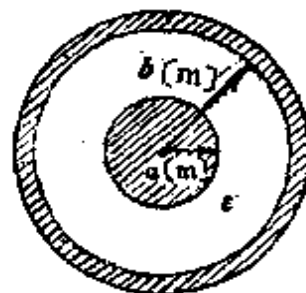


图 2.24

[4] 两个同心球的静电电容(图 2.24)

内球的半径为 a [m], 外球的半径为 b [m] 时, 静电电容 C [F] 为

$$C = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} = \frac{1}{9 \times 10^9} \times \frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} [\text{F}] \quad (2.46)$$

[5] 无限长同心圆筒的静电电容(图2.25)

内圆筒的半径为 a [m], 外圆筒的半径为 b [m] 时的静电电容 C [F] 为

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e \frac{a}{b}} = \frac{24.1}{\log_{10} \frac{b}{a}} \times 10^{-12} [\text{F/m}] \quad (2.47)$$

<注> 由公式 $\log_{10} x = \log_{10} e \log_e x$

$$\frac{1}{\log_e \frac{b}{a}} = \frac{\log_{10} e}{\log_{10} \frac{b}{a}} = \frac{0.4343}{\log_{10} \frac{b}{a}}$$

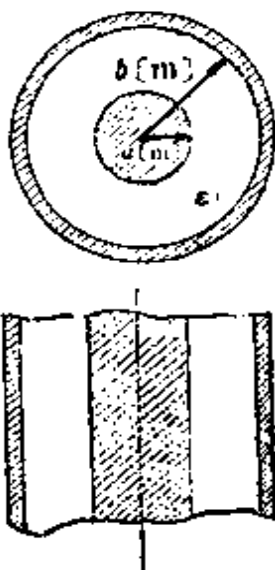


图 2.25

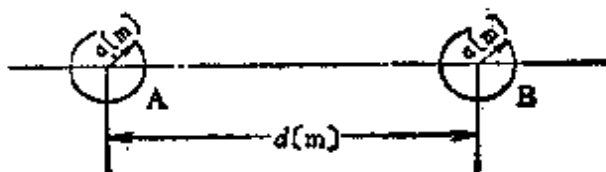


图 2.26

[6] 两根平行长导体之间的静电电容(图2.26)

两根导体的半径为 a [m], 导体间的距离为 d [m] 时, 两

根导体间的静电电容 C [F/m] 为

$$C = \frac{\pi \epsilon}{\log_e \frac{d}{a}} \text{ [F/m]} \quad (2.48)$$

如果 $d \gg a$, 则为

$$C \approx \frac{\pi \epsilon}{\log_e \frac{b}{a}} = \frac{12.07}{\log_{10} \frac{d}{a}} \times 10^{-12} \text{ [F/m]} \quad (2.49)$$

[例题 1] 如果把地球视为一个半径为 $6.38 \times 10^6 \text{ m}$ 的球导体, 试计算它的静电电容。

[解答] 由式(2.44)

$$\begin{aligned} C &= \frac{\epsilon_s a}{9 \times 10^9} = \frac{1 \times 6.38 \times 10^6}{9 \times 10^9} \\ &= 0.7089 \times 10^{-3} \text{ F} = 708.9 \mu\text{F} \end{aligned}$$

[例题 2] 制作一个 $0.1 \mu\text{F}$ 的纸介质电容器。问需要宽 5 cm 的锡箔多少米? 其中纸的厚度是 0.01 mm , 相对介电常数是 2.5 。

[解答] 设所需锡箔的长度是 x [m], 因为已知 $\epsilon_r = 2.5$, 由式(2.45)

$$A = \frac{Cd}{\epsilon} = bx \quad (\text{其中, } b \text{ 是锡箔的宽})$$

因此

$$x = \frac{Cd}{b\epsilon_r\epsilon_0} = \frac{0.1 \times 10^{-6} \times 0.01 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-2} \times 2.5 \times 8.855 \times 10^{-12}} = 0.903 \text{ m}$$

[例题 3] 有一个同心球形电容器, 其内球半径 $a = 10 \text{ cm}$, 外球半径 $b = 15 \text{ cm}$, 求这个电容器的静电电容。

[解答] 由式(2.46)

$$C = \frac{1}{9 \times 10^9} \times \frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} = \frac{1}{9 \times 10^9} \times \frac{ab}{b-a}$$

这里, 因为 $a = 10 \times 10^{-2} \text{m}$, $b = 15 \times 10^{-2} \text{m}$, 所以

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{9 \times 10^9} \times \frac{10 \times 10^{-2} \times 15 \times 10^{-2}}{15 \times 10^{-2} - 10 \times 10^{-2}} \\ &= \frac{1}{9 \times 10^9} \times \frac{150 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-2}} \\ &= \frac{1500}{45} \times 10^{-12} = 33.3 \times 10^{-12} \text{F} = 33.3 \text{pF} \end{aligned}$$

[例题 4] 内圆筒半径 $a = 100 \text{mm}$, 外圆筒半径 $b = 150 \text{mm}$ 的同心圆筒形电容器, 求其每 1m 长的静电电容。

[解答] 无限长同心圆筒形电容器的静电电容 $C[\text{F/m}]$ 可由式(2.47)得

$$\begin{aligned} C &= \frac{24.1}{\log_{10} \frac{b}{a}} \times 10^{-12} \\ &= \frac{24.1}{\log_{10} \frac{150}{100}} \times 10^{-12} = \frac{24.1}{0.1761} \times 10^{-12} \\ &\approx 137 \times 10^{-12} \text{F/m} = 137 \text{pF/m} \end{aligned}$$

2.12 电容电路

一般把以获得静电电容为目的而制作的装置叫做电容器。

[1] 电容器的并联连接(图 2.27)

电容器被并联连接时, 在 C_1, C_2, C_3 各电容器内储存的电荷为

$$Q_1 = C_1 U, \quad Q_2 = C_2 U, \quad Q_3 = C_3 U \quad (2.50)$$

因此,总的电荷 Q 为

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad (2.51)$$

由式(2.43),总的静电电容 C [F]为

$$C = \frac{Q}{U} = C_1 + C_2 + C_3 \text{ [F]} \quad (2.52)$$

另外,各电容器静电电容的比为

$$C_1 : C_2 : C_3 = Q_1 : Q_2 : Q_3 \quad (2.53)$$

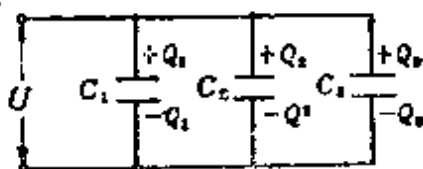


图 2.27

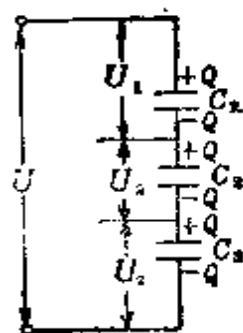


图 2.28

[2] 电容器的串联连接(图 2.28)

各段电压 U_1 、 U_2 、 U_3 可表示为

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, U_2 = \frac{Q}{C_2}, U_3 = \frac{Q}{C_3} \quad (2.54)$$

因为, $U = U_1 + U_2 + U_3$, 所以, 由式(2.43)得总的静电电容 C [F]为

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} \text{ [F]} \quad (2.55)$$

另外,各电容器的电压比为静电电容的倒数比。

$$U_1 : U_2 : U_3 = \frac{1}{C_1} : \frac{1}{C_2} : \frac{1}{C_3} \quad (2.56)$$

[例题 1] 在图 2.29 中, C_1 、 C_2 、 C_3 三个电容器并联连接, 在 AB 两端之间施加 10 V 电压时, 求下列各值: (1) 电荷 Q_1 及 Q_3 是多少? (2) 静电电容 C_2 及 C_3 是多少? (3) 总的静电电容是多少? 其中, $C_1 = 8\mu\text{F}$, $Q_2 = 20\mu\text{C}$, 总电荷 $Q = 140\mu\text{C}$ 。

[解答] (1) 由式 (2.50)

$$Q_1 = C_1 U = 8 \times 10^{-6} \times 10 = 80 \times 10^{-6} \text{C} = 80\mu\text{C}$$

由式 (2.51)

$$Q_3 = Q - (Q_1 + Q_2) = 140 - (80 + 20) = 40\mu\text{C}$$

(2) 由式 (2.50)

$$C_2 = \frac{Q_2}{U} = \frac{20 \times 10^{-6}}{10} = 2 \times 10^{-6} \text{F} = 2\mu\text{F}$$

$$C_3 = \frac{Q_3}{U} = \frac{40 \times 10^{-6}}{10} = 4 \times 10^{-6} \text{F} = 4\mu\text{F}$$

(3) 由式 (2.52)*2

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = 8 + 2 + 4 = 14\mu\text{F}$$

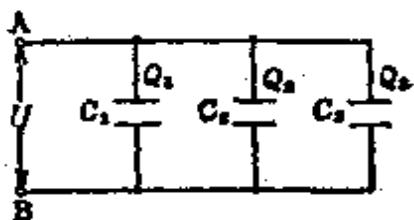


图 2.29

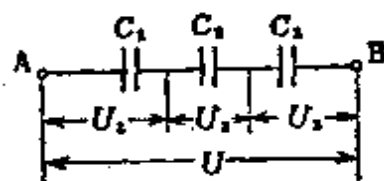


图 2.30

[例题 2] 在图 2.30 中, C_1 、 C_2 、 C_3 三个电容器串联连接, 在 A 、 B 两端之间施加电压 110V 时, 求下列各值:

(1) 各电容器的电荷 Q 是多少? (2) 电压 U_1 、 U_2 各是多

* 原著误为 $80 \times 10^{-6} \text{F}$ ——译者。

* 原著误为式 (2.51) ——译者。

少？(3) C_1 的静电电容是多少？(4) 总的静电电容是多少？其中， $C_2 = 5\mu\text{F}$ ， $C_3 = 4\mu\text{F}$ ， $U_2 = 40\text{V}$ 。

[解答] 电容器串联时，各电容器储存的电荷相等，因为 $U_2 = 40\text{V}$ ，所以由式(2.54)可得

$$(1) Q = C_2 U_2 = 5 \times 10^{-6} \times 40 = 2 \times 10^{-4} \text{C}$$

$$(2) U_3 = \frac{Q}{C_3} = \frac{2 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-6}} = 50\text{V}$$

还有 由式(2.56)

$$U_2 : U_3 = \frac{1}{C_2} : \frac{1}{C_3}, U_3 = \frac{C_2}{C_3} U_2 = \frac{5}{4} \times 40 = 50\text{V}$$

$$U_1 = U - (U_2 + U_3) = 110 - (40 + 50) = 20\text{V}$$

$$(3) C_1 = \frac{Q}{U_1} = \frac{2 \times 10^{-4}}{20} = 10^{-5} \text{F} = 10\mu\text{F}$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2 \times 10^{-4}}{110} = 1.82 \times 10^{-6} \text{F} = 1.82\mu\text{F}$$

2.13 电场中储存的静电能

[1] 静电能(图 2.31)

在静电电容为 $C[\text{F}]$ 的电容器中，储存的电荷 $Q = CU$ 与电压成正比，因此 Q 与 U 的关系可由图来表示。电源所作的功，和在恒定电压 $\frac{U}{2}$ 下把电荷在极板上移动所需要的能量相同，在电场中这个能量就作为静电能被储存起来，如果这时的静电能为 $W[\text{J}]$ ，则

$$W = \frac{U}{2} Q = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \times \frac{Q^2}{C} [\text{J}] \quad (2.57)$$

又由式(2.35)的 $D = \epsilon E[\text{C}/\text{m}^2]$ ，式(2.39)的 $U = Ed[\text{V}]$ ，式

(2.45)的 $C = \frac{\epsilon A}{d}$ [F], 可得

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} DEAd [J] \quad (2.58)$$

在式(2.58)中, Ad [m^3] 为两极板之间电介质的体积, 单位体积($1m^3$)中储存的静电能量为 w [J/m^3], 则

$$w = \frac{W}{Ad} = \frac{DE}{2} [J/m^3] \quad (2.59)$$

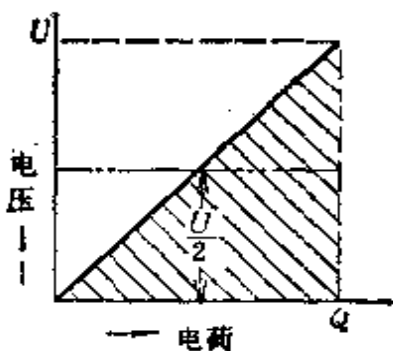


图 2.31 能量被储存在电容器中

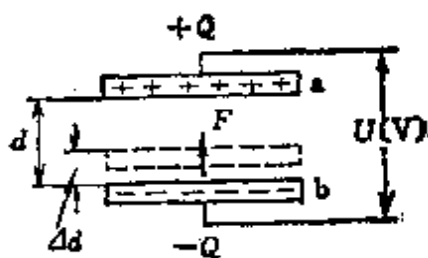


图 2.32 静电吸引力

[2] 静电吸引力(图 2.32)

把电压 U [V] 施加于相对面的面积为 A [m^2], 彼此间隔为 d [m] 的两平行板间, 使其储存的电荷为 Q [C] 时, 在这两平行板间的静电吸引力 F [N] 为

$$F = \frac{\epsilon A}{2d^2} U^2 [N] \quad (2.60)$$

[例题1] 对静电电容为 $1 \mu F$ 的电容器施加 $100 V$ 电压时, 求电容器储存的能量。

[解答] 由式(2.57)

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 100^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-2} = 0.005 J$$

【例题 2】 有一平行板电容器充满介电常数为 5.4 的电介质。在它的两块极板之间施加 1000 V 的电压时,问两极板之间的作用力是多少?其中,每块极板的面积为 100 cm^2 ,极板之间的距离为 1.5cm。

【解答】 由式(2.60)

$$\begin{aligned} F &= \frac{\epsilon A}{2d^2} U^2 = \frac{5.4 \times 8.855 \times 10^{-12} \times 100 \times 10^{-4} \times 1000^2}{2 \times (1.5 \times 10^{-2})^2} \\ &= \frac{5.4 \times 8.855 \times 10^{-4}}{2 \times 1.5 \times 1.5} = 1.063 \times 10^{-3} \text{ N} \end{aligned}$$

3. 电 路 (1)

3.1 用复数式计算交流电路

[1] 用复数式表示矢量

$$A = a + jb = A(\cos\theta + j\sin\theta) = Ae^{j\theta} = A\angle\theta \quad (3.1)$$

(垂直坐标式) (三角函数式) (极坐标式)

[2] 复数的加减乘除

$$\left. \begin{aligned} (1) \text{ 加(减)法 } & (a + jb) + (c + jd) = (a + c) + j(b + d) \\ & (a + jb) - (c + jd) = (a - c) + j(b - d) \\ (2) \text{ 乘 法 } & (a + jb)(c + jd) = ac + jbc + jad + j^2bd \\ & = (ac - bd) + j(bc + ad) \\ & (a + jb)(a - jb) = a^2 + jab - jab - j^2b^2 \\ & = a^2 + b^2 \\ (3) \text{ 除 法 } & \frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} \\ & = \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{c^2 + d^2} \\ & = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j\frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

<注>(1) $(a + jb) = A$ 时, $(a + jb)^2 = A^2$ 不成立。

$(a + jb)^2 = (a + jb)(a + jb) = a^2 - b^2 + j(ab + ba)$ 而

$A^2 = (\sqrt{a^2 + b^2})^2 = a^2 + b^2$ 是成立的。还有, 如果用极坐标

表示, 因为 $a + jb = Ae^{j\theta}$, $(a + jb)^2 = Ae^{j2\theta}$, $Ae^{j\theta} = A^2e^{j2\theta}$ 成

立, $(a - jb)^2 = A^2$ 不成立。

<注> (2) $\frac{1}{j} = -j, \frac{1}{-j} = j, j^2 = -1, j^3 = j^2 j = -j$ 的关系是经常要用到的。

[例题1] 请计算以下复数。(1) $(2+j3) + (4-j)$, (2) $(2+j5)(1+j3)$, (3) $\frac{1}{j}$, (4) $\frac{1-j}{1+j}$ 。

[解答] (1) $(2+j3) + (4-j) = (2+4) + j(3-1)$
 $= 6 + j2$

(2) $(2+j5)(1+j3) = (2-15) + j(5+6) = -13 + j11$

(3) $\frac{1}{j} = \frac{j}{jj} = -j$

(4) $\frac{1-j}{1+j} = \frac{(1-j)(1-j)}{(1+j)(1-j)} = \frac{-2j}{2} = -j$

[例题2] 请用图表示 $I = \frac{Ee^{j\theta}}{Ze^{j\phi}}$ *1

[解答] 把 $I = \frac{Ee^{j\theta}}{Ze^{j\phi}}$ 简化为

$$I = \frac{E}{Z} e^{j(\theta-\phi)}$$

则可表示成图 3.1 那样。

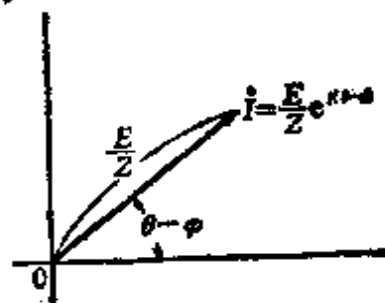


图 3.1

[例题3] 求 $e^{\theta_1 + j\theta_2}$ 的绝对值。

[解答] 因为 $e^{\theta_1 + j\theta_2} = e^{\theta_1} e^{j\theta_2}$ *2

对于 e^{θ_1} , $\theta_1 = -1$ 时 $e^{-1} = \frac{1}{e} \approx \frac{1}{2.7} \approx 0.37$ *3

$\theta_1 = 1$ 时 $e^1 = 2.7$

*1 原书误为 I ——译者。
*2 原书误为 $e^{\theta_1} e^{j\theta_2}$ ——译者。
*3 原书误为 $=$ ——译者。

因此, $|e^{j\theta_1}| = e^{\theta_1}$

对于 $e^{j\theta_2}, \theta_2 = -1$ 时 $e^{j\theta_2} = e^{-j}$

$\theta_2 = 1$ 时 $e^{j\theta_2} = e^j$

因此, $|e^{j\theta_2}| = 1$

从而, $|e^{j\theta_1 + j\theta_2}| = |e^{j\theta_1}| \times |e^{j\theta_2}| = |e^{j\theta_1}| = e^{\theta_1}$

3.2 正弦波交流的基础

[1] 正弦波交流瞬时值的一般公式

如果正弦波交流电压、交流电流的最大值为 E_m [V], I_m [A], 角频率为 ω [rad/s] ($\omega = 2\pi f$), 那么, 电压、电流的瞬时值 e [V], i [A] 为

$$\left. \begin{aligned} e &= E_m \sin(\omega t + \theta_1) \text{ [V]} \\ i &= I_m \sin(\omega t + \theta_2) \text{ [A]} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

其中, θ_1, θ_2 为初相位(也叫相位角), f 为频率 [Hz]

[2] 交流的平均值和有效值

(1) 平均值 所谓交流的平均值就是半周期内(正半周或负半周)瞬时值的平均。如果正弦波的平均值为 I_{av} [A], 那么

$$I_{av} = \frac{2}{\pi} I_m = 0.637 I_m \text{ [A]} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \langle \text{参考} \rangle \quad I_{av} &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi i d\theta = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi I_m \sin\theta d\theta \\ &= \frac{I_m}{\pi} \int_0^\pi \sin\theta d\theta = \frac{I_m}{\pi} \left[-\cos\theta \right]_0^\pi = \frac{2}{\pi} I_m \end{aligned}$$

(2) 有效值 所谓交流的有效值就是交流瞬时值的平方在一周期内平均值的平方根(均方根值)。

$$I = \sqrt{i^2 \text{的一周期内的平均值}} [\text{A}] \quad (3.5)$$

如果正弦交流的有效值为 $I[\text{A}]$, 那么

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} [\text{A}] \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \langle \text{参考} \rangle \quad I &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i^2 d\theta} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta} \\ &= \sqrt{\frac{I_m^2}{2\pi} \times \pi} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

[3] 交流的波顶因数(峰值因数)和波形因数

$$(1) \text{ 波顶因数} = \frac{\text{最大值}}{\text{有效值}}, \quad (2) \text{ 波形因数} = \frac{\text{有效值}}{\text{平均值}} \quad (3.7)$$

〈参考〉 正弦波交流の場合

$$\text{波顶因数} = \frac{I_m}{I} = \frac{I_m}{\frac{I_m}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} = 1.414$$

$$\text{波形因数} = \frac{I}{I_{av}} = \frac{\frac{I_m}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\pi} I_m} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.111$$

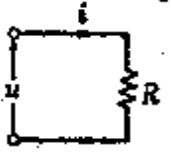
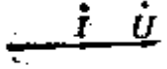
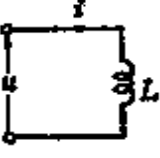
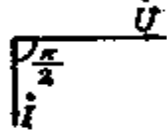
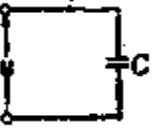
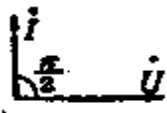
[4] 只含 R、L、C 的电路

在只含电阻 $R[\Omega]$ 、自感 $L[\text{H}]$ 、静电电容 $C[\text{F}]$ 的电路中, 施加正弦交流电压 $u = U_m \sin \omega t = \sqrt{2} U \sin \omega t [\text{V}]$ 时, u 、 i 的关系如表 3.1 所示。

[例题 1] 已知电流瞬时值 $i = 100\sqrt{2} \sin\left(314t + \frac{\pi}{6}\right)$ 。求这个电流的最大值、有效值、平均值、角频率、频率、相位(初相位)以及用复数式表示 $t = 0$ 时有效值的静止矢量。

[解答] 最大值 $I_m = 100\sqrt{2} = 141.4\text{A}$

表 3.1

电路图	i 的瞬时值	相 位	复数式	矢量图
① 	$i = \sqrt{2} \left(\frac{U}{R} \right) \sin \omega t$ $= \sqrt{2} I \sin \omega t$	u, i 同相 $\theta = 0$	\dot{U} $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R}$	
② 	$u = L \frac{di}{dt} \rightarrow L di = u dt$ $i = \frac{1}{L} \int u dt$ $= \frac{1}{L} \int U_m \sin \omega t dt$ $= \frac{U_m}{\omega L} (-\cos \omega t)$ $= -I_m \cos \omega t$ $= I_m \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$ $= \sqrt{2} I \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$	i 比 u 滞 后 $\frac{\pi}{2}$ [rad] 相位。 $\theta = -$ $\frac{\pi}{2}$ [rad]	\dot{U} $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{j\omega L}$ $= -j \frac{\dot{U}}{\omega L}$	
③ 	$i = C \frac{du}{dt} = C \frac{dU_m \sin \omega t}{dt}$ $= \omega C U_m \cos \omega t$ $= I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$ $= \sqrt{2} I \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$	i 比 u 导 前 $\frac{\pi}{2}$ [rad] 相位。 $\theta =$ $\frac{\pi}{2}$ [rad]	\dot{U} $\dot{I} = j\omega C \dot{U}$	

有效值 $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 100A$

平均值 $I_{av} = \frac{2}{\pi} I_m$

$$= \frac{2 \times 100 \sqrt{2}}{3.14} = 90.1 \text{ A}$$

角频率 $\omega = 314 \text{ rad/s}$

$$\text{频率 } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2 \times 3.14} = 50 \text{ Hz}$$

$$\text{相位(初相位) } \theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$t=0$ 时有效值的静止矢量

$$\begin{aligned} \dot{I} &= 100 \left(\cos \frac{\pi}{6} + j \sin \frac{\pi}{6} \right) = 100 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) \\ &= 50\sqrt{3} + j50 = 100 \angle \frac{\pi}{6} \end{aligned}$$

[例题 2] 如果某电路自感为 500 mH, 对应于 50 Hz 时感抗 ωL 是多少?

[解答] $\omega L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.5 = 157 \Omega$

[例题 3] 容量为 $1 \mu\text{F}$ 的电容器, 对应于 50 Hz 时容抗 $\frac{1}{\omega C}$ 是多少?

[解答] $\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 10^{-6}} \approx 3185 \Omega$

3.3 R-L-C 电路

[1] R-L-C 串联电路(图3.2)

因为串联电路的阻抗 $Z^* = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$, 所以在 R-L-C 串联电路中施加电压 \dot{U} 时流过的电流 \dot{I} 为

* 原书阻抗(复数阻抗)记为 \dot{Z} , 按国标 GB3102.1-82 阻抗(复数阻抗)记为 Z 。原书阻抗模(阻抗)记为 Z , 按国标 GB3102.5-82 阻抗模(阻抗)记为 $|Z|$ ——译者。

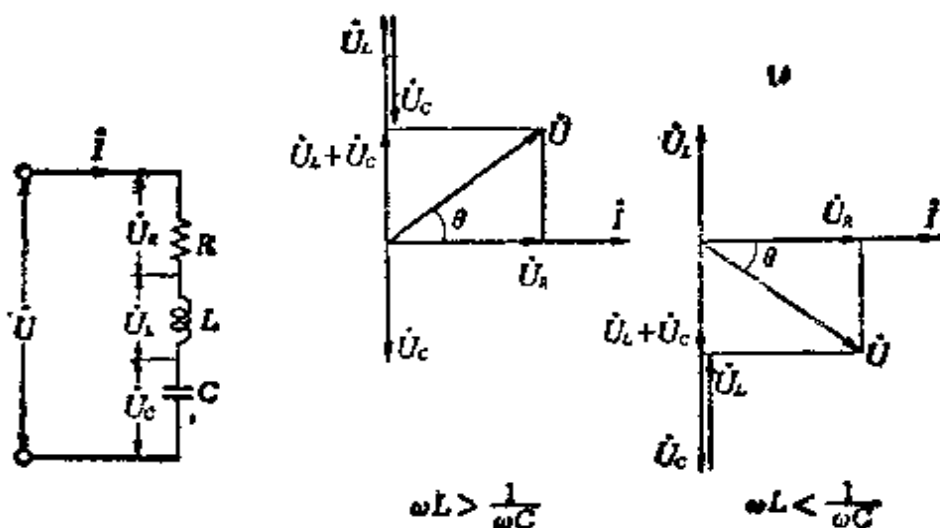


图 3.2

$$I = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad [\text{A}] \quad (3.8)$$

I 的大小为

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad [\text{A}] \quad (3.9)$$

又, \dot{U} 和 \dot{I} 的相位差角 θ 为

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R} \quad (3.10)$$

对应于式(3.8), 当 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ 时只有电阻 R 起作用, 此时的电流变为最大。这种状态叫做串联谐振。如果谐振频率为 f_r [Hz], 因为 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$, 所以

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \quad [\text{Hz}] \quad (3.11)$$

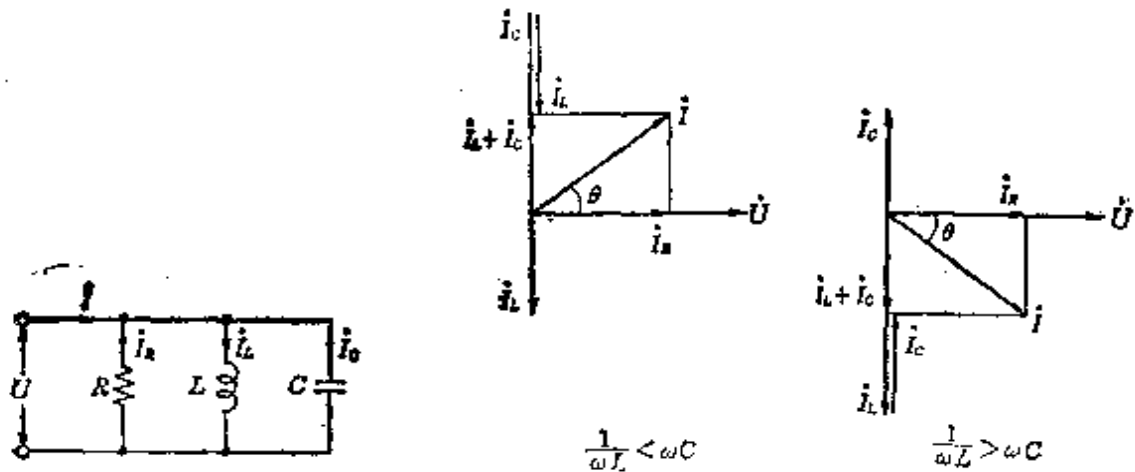


图 3.3

[2] R-L-C 并联电路(图 3.3)

因为并联电路的导纳 $Y^* = \frac{1}{R} - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$, 在 R-L-C 并联电路中施加电压 \dot{U} 时, 电路中的电流 I 为

$$I = Y\dot{U} = \left[\frac{1}{R} - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) \right] \dot{U} [\text{A}] \quad (3.12)$$

I 的大小为

$$I = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} U [\text{A}] \quad (3.13)$$

又, \dot{U} 和 I 的相位差角 θ 为

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) R \quad (3.14)$$

对应于式(3.12)、(3.13), 当 $\frac{1}{\omega L} = \omega C$ 时只有电阻 R 起作用, 此时电流变为最小, 这种状态叫做并联谐振。如果谐振

• 原书导纳(复数导纳)记为 \dot{Y} , 按国标 GB3102.5-82 导纳(复数导纳)记为 Y ——译者。

频率为 f_r [Hz], 因为 $\frac{1}{\omega L} = \omega C$, 所以

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \text{ [Hz]} \quad (3.15)$$

它与串联谐振是同一个公式

[例题 1] 在图 3.4 所示串联电路中, $R = 3\Omega$, $L = 12.8$ mH, 对电路施加 50Hz, 100V 的交流电压时, 问 ωL 、 $|Z|$ 、 I 、 U_R 、 U_L 、 $\cos\theta$ 、 $\sin\theta$ 将变为多少?

[解答] 因为角频率 $\omega = 2\pi f$ [rad/s], 所以

$$\begin{aligned} \omega L &= 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 50 \times 12.8 \times 10^{-3} \\ &\approx 4\Omega \end{aligned}$$

因为这个电路的 $Z = R - j\omega L$, 所以

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\Omega$$

I 的大小可由式 (3.9) 求得

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{100}{5} = 20\text{A}$$

$$U_R = RI = 3 \times 20 = 60\text{V}$$

$$U_L = \omega LI = 4 \times 20 = 80\text{V}$$

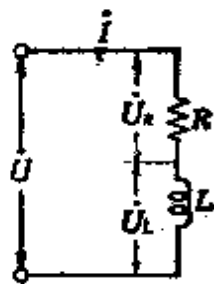


图 3.4

其次, 由式 (3.10) 求 \dot{U} 和 \dot{I} 的相位差角, $\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$

$$\cos\theta = \frac{R}{|Z|} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$\sin\theta = \frac{\omega L}{|Z|} = \frac{4}{5} = 0.8$$

[例题 2] 如图 3.5 所示, 在 $R = 3\Omega$, $\omega L = 4\Omega$ 的并联电路中施加电压 $U = 120\text{V}$ 时, 求 I 、 I_R 、 I_L 、 $|Z|$ 、 $\cos\theta$ 各值?

[解答] 由式 (3.13)

$$I = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} U = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} \times 120$$

$$= \frac{5}{12} \times 120 = 50 \text{ A}$$

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{120}{3} = 40 \text{ A}$$

$$I_L = \frac{U}{\omega L} = \frac{120}{4} = 30 \text{ A}$$

$$|Z| = \frac{U}{I} = \frac{120}{50} = 2.5 \Omega$$

$$\cos \theta = \frac{I_R}{I} = \frac{40}{50} = 0.8$$

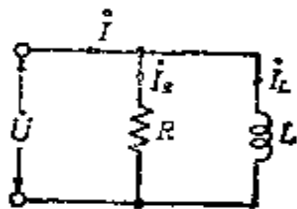


图 3.5

〈参考〉 $\cos \theta$ 的值既可以由式(3.14)的 $\theta = \tan^{-1} \frac{R}{\omega L}$ 求,

也可以由 $\cos \theta = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$ 来求。

【例题3】 某串联电路的电容为 $3 \mu\text{F}$, 自感为 5H , 电阻为 10Ω 。求这个电路的谐振频率 f_r 。

【解答】 由式(3.11)

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times \sqrt{5 \times 3 \times 10^{-6}}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 3.14 \times 3.87 \times 10^{-3}} \approx \frac{10^3}{24.3} = 41.2 \text{ Hz}$$

3.4 阻抗的串联、并联电路

【1】 阻抗的串联电路(图3.6)

对串联阻抗 Z_1, Z_2, \dots, Z_n , 施加电压为 \dot{U} , 流过电流为 I , 如果各阻抗两端电压为 $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dots, \dot{U}_n$, 那么

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \cdots + \dot{U}_n = Z_1 I + Z_2 I + \cdots + Z_n I \\ &= (Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n) I = Z I \end{aligned} \quad (3.16)$$

因此,总阻抗 Z 为

$$Z = Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n = \sum Z_n \quad (3.17)$$

由式(3.16)*

$$\dot{U} : \dot{U}_1 : \dot{U}_2 : \cdots : \dot{U}_n = Z : Z_1 : Z_2 : \cdots : Z_n \quad (3.18)$$

各阻抗上承受的电压

$$\dot{U}_1 = \frac{Z_1}{Z} \dot{U}, \quad \dot{U}_2 = \frac{Z_2}{Z} \dot{U}, \quad \cdots, \quad \dot{U}_n = \frac{Z_n}{Z} \dot{U} \quad (3.19)$$

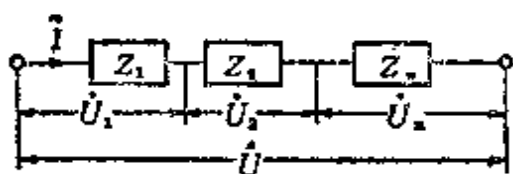


图 3.6

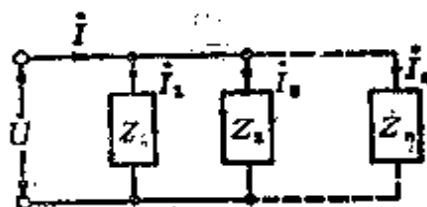


图 3.7

[2] 阻抗的并联电路(图 3.7)

对并联阻抗 Z_1, Z_2, \cdots, Z_n , 施加电压为 \dot{U} , 总电流为 I , 如果流过各阻抗的电流为 I_1, I_2, \cdots, I_n , 那么

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + \cdots + I_n = \frac{\dot{U}}{Z_1} + \frac{\dot{U}}{Z_2} + \cdots + \frac{\dot{U}}{Z_n} \\ &= \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \cdots + \frac{1}{Z_n} \right) \dot{U} = \frac{\dot{U}}{Z} \end{aligned} \quad (3.20)$$

因此,总阻抗为

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \cdots + \frac{1}{Z_n}} = \frac{1}{\sum \frac{1}{Z_n}} \quad (3.21)$$

用导纳表示,则为

* 原书误为式(2.16)——译者。

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1}, Y_2 = \frac{1}{Z_2}, \dots, Y_n = \frac{1}{Z_n} \quad (3.22)$$

由此,式(3.20)可表示为

$$I = (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n)U = YU \quad (3.23)$$

又,由式(3.20)

$$I : I_1 : I_2 : \dots : I_n = \frac{1}{Z} : \frac{1}{Z_1} : \frac{1}{Z_2} : \dots : \frac{1}{Z_n} \quad (3.24)$$

各支路电流为

$$I_1 = \frac{Z}{Z_1}I, I_2 = \frac{Z}{Z_2}I, \dots, I_n = \frac{Z}{Z_n}I \quad (3.25)$$

【例题】 有一如图 3.8 所示阻抗串、并联电路。如果在 a c 之间施加 100 V 交流电压,求总阻抗,各支路电流,以及各支路电压。其中 $Z_1 = 4 + j5 \Omega$, $Z_2 = 3 + j5 \Omega$, $Z_3 = 5 - j3 \Omega$ 。

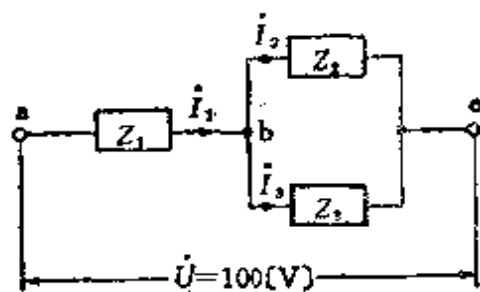


图 3.8

【解答】 如果求总阻抗 Z ,则可由式(3.17)、式(3.18)得

$$\begin{aligned} Z &= Z_1 + \frac{1}{\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} \\ &= 4 + j5 + \frac{(3 + j5)(5 - j3)}{(3 + j5) + (5 - j3)} = 4 + j5 + \frac{15 + j8}{4 + j} \\ &= \frac{(4 + j5)(4 + j) + 15 + j8}{4 + j} = \frac{26 + j32}{4 + j} \\ &= \frac{(26 + j32)(4 - j)}{(4 + j)(4 - j)} = 8 + j6 \Omega \end{aligned}$$

如果 a b 之间、 b c 之间电压为 \dot{U}_{ab} 、 \dot{U}_{bc} , 则可由式(3.19)得

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ab} &= \frac{Z_1}{Z} \dot{U} = \frac{4+j5}{8+j6} \times 100 = (4+j5)(8-j6) \\ &= 62 + j16 \text{ V}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_{bc} &= \dot{U} - \dot{U}_{ab} = 100 - (62 + j16) = 100 - 62 - j16 \\ &= 38 - j16 \text{ V}\end{aligned}$$

其次,各支路电流 I_2, I_3 为

$$\begin{aligned}I_2^{*1} &= \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_2} = \frac{38-j16}{3+j5} = \frac{(38-j16)(3-j5)}{3^2+5^2} = \frac{34-j238}{34} \\ &= 1-j7 \text{ A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}I_3^{*2} &= \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_3} = \frac{38-j16}{5-j3} = \frac{(38-j16)(5+j3)}{5^2+3^2} = \frac{238+j34}{34} \\ &= 7+j \text{ A}\end{aligned}$$

3.5 交流网络

交流网络的情况也和直流网络(1.3节中的[1]、[2])的情况一样,能够适用基尔霍夫定律。

(1) 基尔霍夫第一定律(图 3.9)

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_6 \quad (2.26)$$

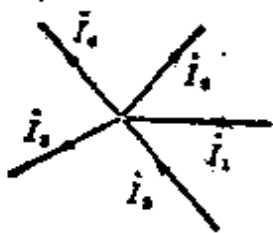


图 3.9

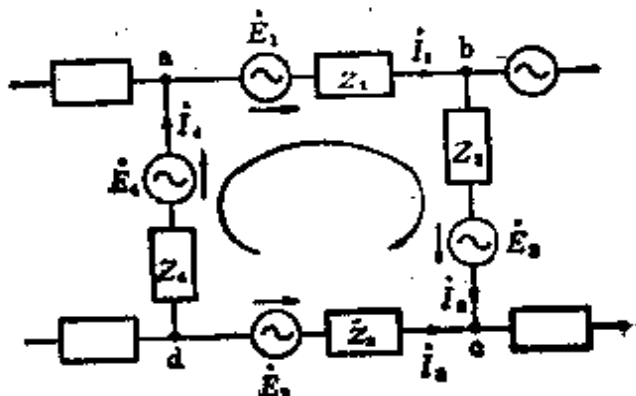


图 3.10

- 1 原书误为 I_2 ——译者。
- 2 原书误为 I_3 ——译者。

(2) 基尔霍夫第二定律(图 3.10)

$$\dot{E}_1 + \dot{E}_2 - \dot{E}_3 - \dot{E}_4 - Z_1 \dot{I}_1 + Z_2 \dot{I}_2 - Z_3 \dot{I}_3 + Z_4 \dot{I}_4 \quad (3.27)$$

[例题 1] 如图 3.11 所示, 交流电桥电路所加电动势为 \dot{E} 时, 求各支路流过的电流 $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ 。

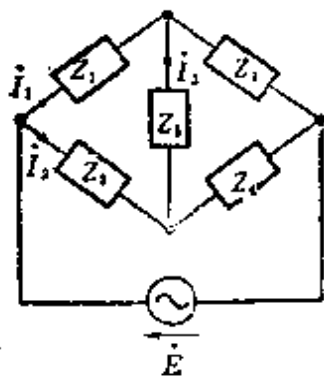


图 3.11

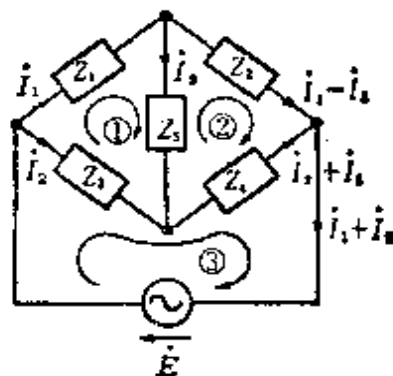


图 3.12

[解答] 根据基尔霍夫第一定律求图 3.12 所示的各支路电流, 其次, 在①~③的电路中基尔霍夫第二定律是适用的

对于电路① $Z_1 \dot{I}_1 + Z_5 \dot{I}_3 - Z_3 \dot{I}_2 = 0$

对于电路② $-Z_5 \dot{I}_3 + Z_2 (\dot{I}_1 - \dot{I}_3) - Z_4 (\dot{I}_2 + \dot{I}_3) = 0$

对于电路③ $Z_3 \dot{I}_2 + Z_4 (\dot{I}_2 + \dot{I}_3) = \dot{E}$

把以上各式进行整理

$$Z_1 \dot{I}_1 - Z_3 \dot{I}_2 + Z_5 \dot{I}_3 = 0 \quad (1)^*$$

$$Z_2 \dot{I}_1 - Z_4 \dot{I}_2 - (Z_2 + Z_4 + Z_5) \dot{I}_3 = 0 \quad (2)$$

$$(Z_3 + Z_4) \dot{I}_2 + Z_4 \dot{I}_3 = \dot{E} \quad (3)$$

求电流 $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$, 可由式(1)~(3)用行列式来解

$$\dot{I}_1^* = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -Z_3 & Z_5 \\ 0 & -Z_4 & -(Z_2 + Z_4 + Z_5) \\ \dot{E} & (Z_3 + Z_4) & Z_4 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

* 原书各处有些误为 I_1, I_2, I_3 译者。

$$= \frac{\dot{E}[Z_3(Z_2 + Z_4 + Z_5) + Z_4 Z_5]}{\Delta}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_1 & -Z_3 & Z_5 \\ Z_2 & -Z_4 & -(Z_2 + Z_4 + Z_5) \\ 0 & (Z_3 + Z_4) & Z_4 \end{vmatrix}$$

$$= -Z_1 Z_4 Z_4 + Z_2 Z_5 (Z_3 + Z_4) + Z_2 Z_3 Z_4$$

$$+ Z_1 (Z_3 + Z_4) (Z_2 + Z_4 + Z_5)$$

$$= Z_1 Z_3 (Z_2 + Z_4 + Z_5) - Z_1 Z_4 (Z_2 + Z_5)$$

$$+ Z_2 Z_5 (Z_3 + Z_4) + Z_2 Z_3 Z_4$$

同样,

$$I_2^* = \frac{\begin{vmatrix} Z_1 & 0 & Z_5 \\ Z_2 & 0 & -(Z_2 + Z_4 + Z_5) \\ 0 & \dot{E} & Z_4 \end{vmatrix}}{\Delta}$$

$$= \frac{-\dot{E}[Z_1(Z_2 + Z_4 + Z_5) + Z_2 Z_5]}{\Delta}$$

$$I_3^* = \frac{\begin{vmatrix} Z_1 & -Z_3 & 0 \\ Z_2 & -Z_4 & 0 \\ 0 & (Z_3 + Z_4) & \dot{E} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\dot{E}(Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4)}{\Delta}$$

[例题 2] 例题 1 的交流电桥电路处于平衡状态时, 各阻抗 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 、 Z_4 之间将变成什么样的关系?

[解答] 对于图 3.11 的交流电桥处于平衡状态时 $I_3 = 0$ 。因此, Z_5 两端之间的电位相等,

$$Z_1 I_1 = Z_3 I_2, \quad Z_2 I_1 = Z_4 I_2$$

• 原书误为 I ——译者。

所以 $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4}, Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$

3.6 叠加原理及戴维南定理

[1] 叠加原理(图 3.13)

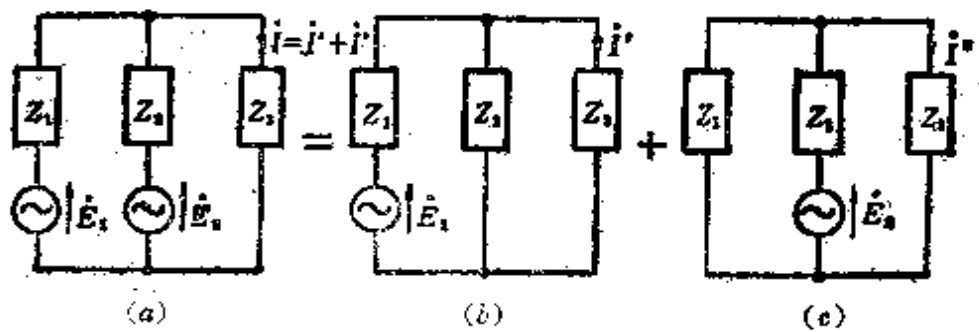


图 3.13

在一个网络中有数个电动势同时存在时，网络中各处的电流分布，等于把每个电动势单独存在时所产生的电流分布的叠加。这就叫做叠加原理。如果把这个定理用图来表示则可画成图 3.13 那样，由此可求出 $I = I' + I''$ 。

[2] 戴维南定理(图 3.14)

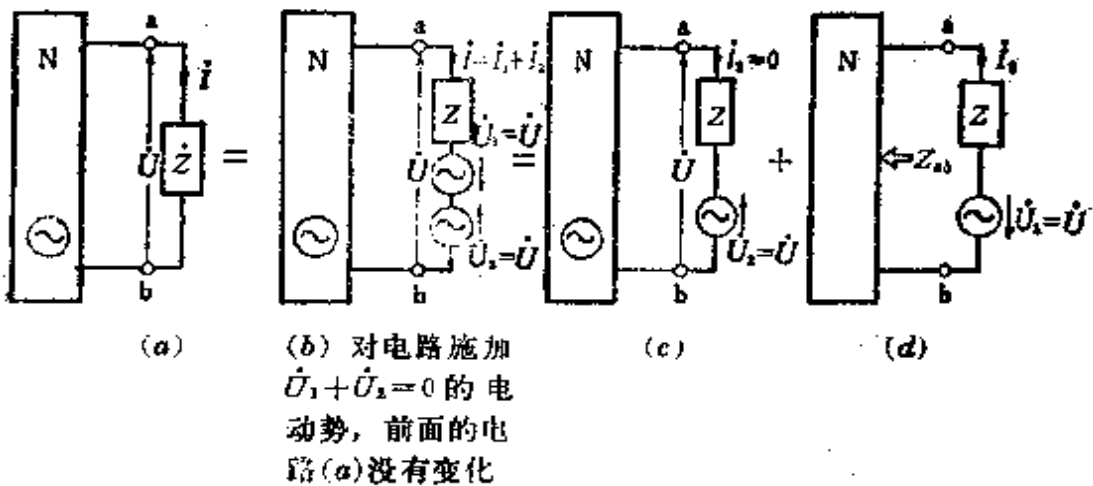


图 3.14

如图 3.14(a) 所示, 设有一含有电动势的网络 N, 由此网络引出的端钮 ab 间的电压 \dot{U} , 在 ab 间接有阻抗 Z 时, Z 中流过的电流为 I , 则

$$I = \frac{\dot{U}}{Z_{ab} + Z} [\text{A}] \quad (3.28)$$

其中, Z_{ab} 是图 3.14(d) 中从 ab 端钮向网络看进去的总阻抗。把式 (3.28) 叫做戴维南定理。如果用图表示则可画成图 3.15 那样。

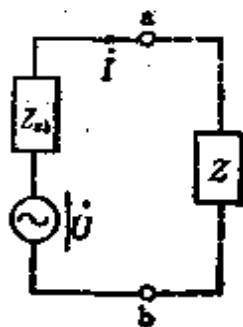


图 3.15

[例题 1] 利用叠加原理, 求图 3.13(a) 的电路中流过阻抗 Z_3 的电流 I 。

[解答] 由图 3.13(b)

$$I' = \frac{\dot{E}_1}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}} \times \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} = \frac{\dot{E}_1 Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}$$

又, 如图 3.13(c)

$$I'' = \frac{\dot{E}_2}{Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3}} \times \frac{Z_2}{Z_1 + Z_3} = \frac{\dot{E}_2^* Z_1}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}$$

因此可求出电流 I 为

$$I = I' + I'' = \frac{\dot{E}_1^* Z_2 + \dot{E}_2^* Z_1}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}$$

[例题 2] 对于图 3.16 的电路, ab 端钮间的电压为 15V, 从 ab 看电源那一边的阻抗为 $3 + j \Omega$, 接上 3Ω 电阻时, 在电阻中流过的电流是多少?

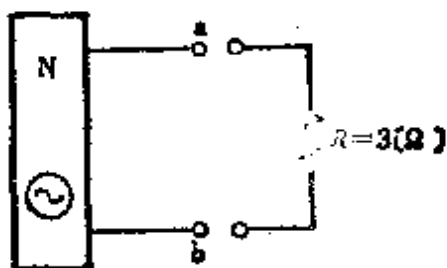


图 3.16

- 原书误为 I ——译者。
- 1 原书误为 E ——译者。

【解答】 如果在 $3\ \Omega$ 的电阻中流过的电流为 $I[\text{A}]$, 则由戴维南定理[式(3.28)]

$$i^* = \frac{U_{ab}}{Z_{ab} + R} = \frac{13}{3 + j + 3} = \frac{15}{6 + j}$$

所以
$$I = \frac{15}{\sqrt{6^2 - 1^2}} = \frac{15}{\sqrt{37}} \approx 2.47\ \text{A}$$

3.7 单相交流电路的功率

[1] 单相交流的功率(图 3.17)

如果在图 3.17(a)所示电路的负载阻抗上, 施加交流电压、电流的瞬时值分别为 $u = U_m \sin \omega t [\text{V}]$, $i = I_m \sin(\omega t - \theta) [\text{A}]$, 则瞬时功率 $p [\text{W}]$ 为

$$p = ui = UI \cos \theta - UI \cos(2\omega t - \theta) \quad (3.29)$$

因为第二项在一周期内的平均值为零, 所以交流功率 $P [\text{W}]$ 为

$$P = p \text{ 的平均值} = UI \cos \theta [\text{W}] \quad (3.30)$$

其中, $\cos \theta$ 为功率因数, θ 为 U 与 I 的相位差角。

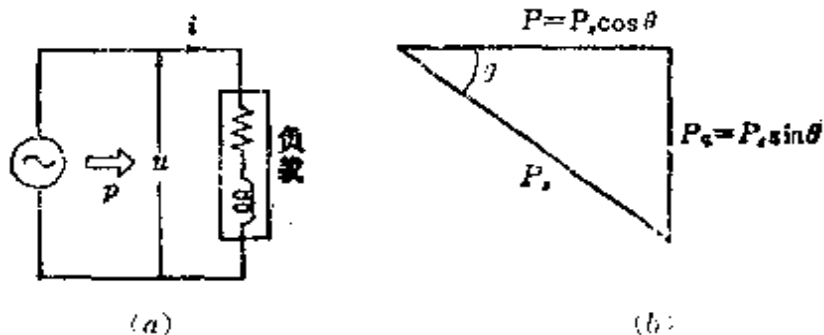


图 3.17

* 原书误为 I ——译者。

另外, 视在功率 P_s 、无功功率 P_q 、功率因数 $\cos \theta$ 、无功系数 $\sin \theta$ 之间的关系可表示成图 3.17(b) 那样。

$$P_s = UI [\text{VA}] \quad (3.31)$$

$$P_q = UI \sin \theta [\text{var}] \quad (3.32)$$

$$\cos \theta = \frac{P}{P_s} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + P_q^2}}, \quad \sin \theta = \frac{P_q}{P_s} = \frac{P_q}{\sqrt{P^2 + P_q^2}} \quad (3.33)$$

<注> (1) 求式 (3.29) 的场合, 可以应用式 $\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} [\cos (\alpha + \beta) - \cos (\alpha - \beta)]$,

<注> (2) 式 (3.29) 的第二项平均值为零。也就是说

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} UI \cos (2\omega t - \theta) d\omega t - \frac{UI}{2\pi} [2 \sin (2\omega t - \theta)]_0^{2\pi} \\ &= \frac{UI}{\pi} [-\sin \theta + \sin \theta] = 0 \end{aligned}$$

[2] 计算交流功率的复数式 (图 3.18)

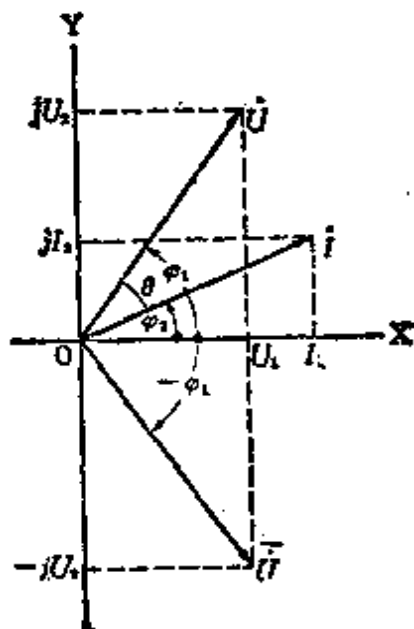


图 3.18

在用复数表示电压 $\dot{U} = U_1 + jU_2$, 电流 $I = I_1 + jI_2$, 求视在功率 P_s 的场合, 电压用折算后的共轭矢量 $\dot{U} = U_1 - jU_2$ 来计算

$$\left. \begin{aligned} \dot{P}_s \quad \dot{U}I &= (U_1 - jU_2)(I_1 + jI_2) \\ &= (U_1I_1 + U_2I_2) - j(U_2I_1 - U_1I_2) = P - jP_q \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$
$$P_s = \sqrt{P^2 + P_q^2} \text{ [VA]}$$

其中, P 为功率, P_q 为无功功率, 虚部为负时是滞后电流。

[例题 1] 对某负载施加 200 V 的交流电压, 且流过 20 A 的滞后电流时, 功率为 3.2 kW。求该负载的功率因数、有功电流、无功电流、视在功率以及无功功率。

[解答] 由式(3.30), 功率因数为

$$\cos\theta = \frac{P}{UI} = \frac{3.2 \times 10^3}{200 \times 20} = 0.8 = 80\%$$

有功电流

$$I_e = I \cos\theta = 20 \times 0.8 = 16 \text{ A}$$

无功电流

$$\begin{aligned} I_q &= I \sin\theta = I \sqrt{1 - \cos^2\theta} = 20 \sqrt{1 - 0.8^2} \\ &= 20 \times 0.6 = 12 \text{ A} \end{aligned}$$

由式(3.31)视在功率为

$$P_s = UI = 200 \times 20 = 4000 \text{ V} \cdot \text{A} = 4 \text{ kV} \cdot \text{A}$$

由式(3.32)无功功率为

$$P_q = UI \sin\theta = 200 \times 12 = 2400 \text{ var} = 2.4 \text{ kvar}$$

[例题 2] 如果 $\dot{U} = 50 - j86.6 \text{ (V)}^*$, $I = 43.3 + j25 \text{ [A]}$ 。

* 原书误为 $50 + j86.6 \text{ (V)}$ ——译者。

求： U 与 I 之间的功率是多少？无功功率是多少？视在功率是多少？

〔解答〕 由式(3.34)

$$\begin{aligned} P_s &= \dot{U}I = (50 - j86.6)(43.3 + j25) \\ &= (50 \times 43.3 + 86.6 \times 25) - j(86.6 \times 43.3 - 50 \times 25) \\ &\approx 4330 - j2500 \end{aligned}$$

因此 $P = 4.33 \text{ kW}$, $P_q = 2.5 \text{ kvar}$

$$P_s = \sqrt{P^2 + P_q^2} = \sqrt{4.33^2 + 2.5^2} \approx 5 \text{ kV} \cdot \text{A}$$

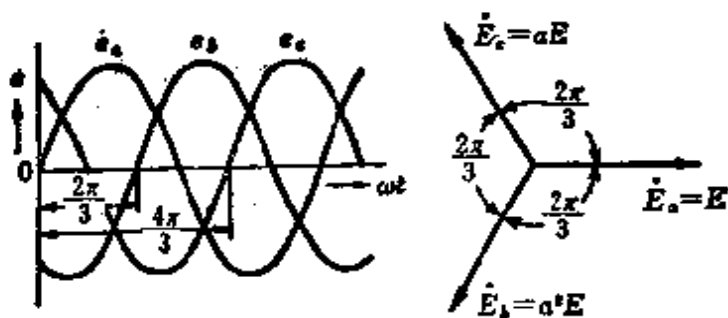
3.8 三相交流的基础

[1] 三相交流

如果把频率相等相位各不相同的三个交流电动势组成一组,这种方式就称为三相制。若三个电动势相等,而各相邻相的电动势相位相差 $\frac{2}{3}\pi$ [rad] 时,称为对称三相交流,否则,称为非对称三相交流。还有,把三相的各个阻抗相等的负载叫做平衡三相负载,否则,其负载就叫做不平衡三相负载。

[2] 对称三相交流

(1) 对称三相交流电动势(图 3.19)



(a) 瞬时值 (b) 矢量图

图 3.19

如果对称三相交流电动势的瞬时值为 e_a, e_b, e_c (相序为 $a \rightarrow b \rightarrow c$, 并以 a 相为基准), 那么

$$\left. \begin{aligned} e_a &= E_m \sin \omega t \\ e_b &= E_m \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right) \\ e_c &= E_m \sin \left(\omega t - \frac{4}{3} \pi \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.35)$$

如果把式 (3.35) 用图表示, 则变成图 3.19 那样。另外, 电动势瞬时值的关系将变成 $e_a + e_b + e_c = 0$ (总之对于瞬时值都成立)。

把式 (3.35) 用复数式来表示

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_a &= E \\ \dot{E}_b &= E e^{-j\frac{2}{3}\pi} = E \angle -\frac{2}{3}\pi = E \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) \\ &= E \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = a^2 E \\ \dot{E}_c &= E e^{-j\frac{4}{3}\pi} = E \angle -\frac{4}{3}\pi = E \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) \\ &= E \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = a E \end{aligned} \right\} \quad (3.36)$$

〈注〉 因为 $a = \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$, 所以只要乘以 a , 就能够把矢量的相位导前 $\frac{2\pi}{3}$ rad (120°), 还有 $1 + a + a^2 = 0, a^3 = 1$ 成立。

(2) 对称三相交流的星形(Y)电动势和三角形(Δ)电动势的关系(图 3.20)

如果星形(Y)连接的相电动势(电压)为 $\dot{E}_a, \dot{E}_b, \dot{E}_c$, 端钮

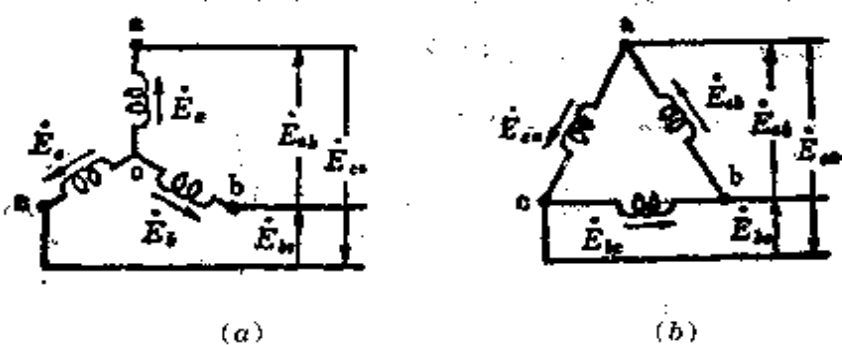


图 3.20 线电压相等的场合

ab, bc, ca 间的线电动势(电压)为 $\dot{E}_{ab}, \dot{E}_{bc}, \dot{E}_{ca}$, 则

$$\begin{aligned}
 \dot{E}_{ab} &= \dot{E}_a - \dot{E}_b = (1 - a^2) \dot{E}_a \\
 &= \sqrt{3} E_a \angle \frac{\pi}{6} \\
 \dot{E}_{bc} &= \dot{E}_b - \dot{E}_c = (1 - a^2) \dot{E}_b \\
 &= \sqrt{3} E_a \angle \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3} \\
 \dot{E}_{ca} &= \dot{E}_c - \dot{E}_a = (1 - a^2) \dot{E}_c \\
 &= \sqrt{3} E_a \angle \frac{\pi}{6} - \frac{4\pi}{3}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \dot{E}_{ab} \\ \dot{E}_{bc} \\ \dot{E}_{ca} \end{aligned}} \right\} (3.37)$$

从而, 三角形(Δ)连接时的各相电动势(电压)是星形(Y)连接时的各相电动势(电压)的 $\sqrt{3}$ 倍且相位超前 $\frac{\pi}{6}$ rad (30°)。同样, 对于负载, 三角形连接时的电压和星形连接时的电压也有同样的关系。

(3) 对称三相交流的星形(Y)电流和三角形(Δ)电流的关系(图 3.21)

如果星形(Y)连接时的电流(线电流)为 I_a, I_b, I_c , 三角形(Δ)连接时的电流为 I_{ab}, I_{bc}, I_{ca} , 那么

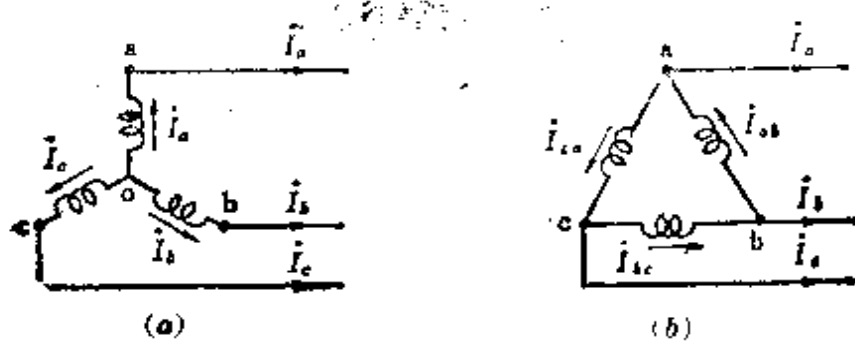


图 3.21 线电流相等的场合

$$\left. \begin{aligned}
 I_a &= I_{ab} - I_{ca} = (1 - a) I_{ab} \\
 &= \sqrt{3} I_{ab} \angle -\frac{\pi}{6} \\
 I_b &= I_{bc} - I_{ab} = (1 - a) I_{bc} \\
 &= \sqrt{3} I_{ab} \angle -\frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3} \\
 I_c &= I_{ca} - I_{bc} = (1 - a) I_{ca} \\
 &= \sqrt{3} I_{ab} \angle -\frac{\pi}{6} - \frac{4\pi}{3}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.38)$$

从而，星形连接时的线电流是相应的三角形连接的相电流的 $\sqrt{3}$ 倍，且相位滞后 $\frac{\pi}{6} \text{rad}$ (30°)。对于负载电路，上述关系也同样成立。

[例题 1] 有一对称六相制星形连接的电源。如果线电压是 1500 V，问星形相电压是多少？

[解答] 由表 3.2 可知在星形连接的情况， $U_l = U_p \times 2 \sin \frac{\pi}{6}$ 。因此，星形相电压

〈参考〉 表 3.2 n 相制平衡电路的电压和电流的关系

	星形连接	环形连接
电压	线电压 $U_l = \text{相电压 } U_p \times 2 \sin \frac{\pi}{n}$ (星形电压)	线电压 $U_l = \text{相电压 } U_p$ (环形电压)
电流	线电流 $I_l = \text{相电流 } I_p$ (星形电流)	线电流 $I_l = \text{相电流 } I_p \times 2 \sin \frac{\pi}{n}$ (环形电流)

$$U_p = \frac{U_l}{2 \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{1500}{2 \sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1500}{2 \times \frac{1}{2}} = 1500 \text{ V}$$

〔例题 2〕 有一对称十二相制电源。如果在环形连接的线圈内流过 120 A 的电流，那么线电流按规定应是多少安？

〔解答〕 由表 3.2 可知环形连接的情况，线电流和相电流(环形电流)的关系是

$$\begin{aligned} I_l &= I_p \times 2 \sin \frac{\pi}{n} = 120 \times 2 \sin \frac{\pi}{12} \\ &= 120 \times 2 \times \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2}} = 120 \times 2 \times 0.2588 = 62.1 \text{ A} \end{aligned}$$

3.9 阻抗的 $Y \rightarrow \Delta$, $\Delta \rightarrow Y$ 变换(图 3.22)

对应于 1.5 节电阻的 $Y \rightarrow \Delta$, $\Delta \rightarrow Y$ 变换，有 r_a 变换为 Z_a , r_b 变换为 Z_b , r_c 变换为 Z_c , 还有 r_1 变换为 Z_1 , r_2 变换为 Z_2 , r_3 变换为 Z_3 ,

〔1〕 $Y-\Delta$ 变换

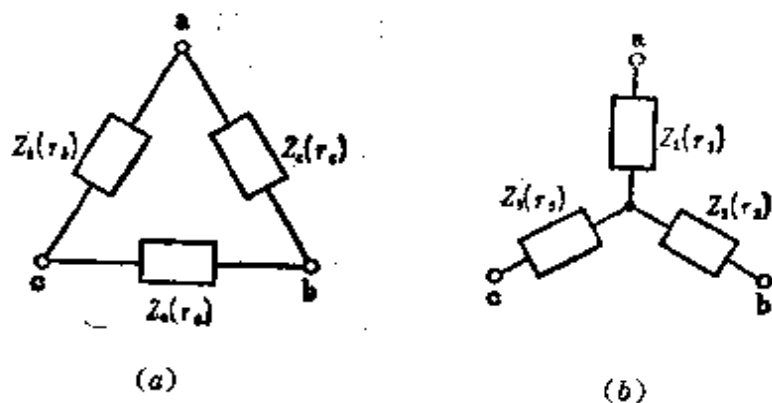


图 3.22

$$Z_a = \frac{\Delta}{Z_1}, Z_b = \frac{\Delta}{Z_2}, Z_c = \frac{\Delta}{Z_3} \quad (3.39)$$

其中, $\Delta = Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1$

[2] Δ -Y 变换

$$Z_1 = \frac{Z_b Z_c}{\Delta}, Z_2 = \frac{Z_c Z_a}{\Delta}, Z_3 = \frac{Z_a Z_b}{\Delta} \quad (3.40)$$

其中, $\Delta = Z_a + Z_b + Z_c$

[例题 1] 求与图 3.22(a) 中三角形连接的各阻抗 $Z_a = 2 + j2[\Omega]$, $Z_b = 4 - j[\Omega]$, $Z_c = 6 - j[\Omega]$ 等效的图 3.22(b) 中星形连接的各阻抗的值。

[解答] 使用式(3.40)

$$\Delta = Z_a + Z_b + Z_c = (2 + j2) + (4 - j) + (6 - j) = 12 \Omega$$

$$\text{因此, } Z_1 = \frac{Z_b Z_c}{\Delta} = \frac{(4 - j)(6 - j)}{12} = \frac{23 - j10}{12}$$

$$= 1.92 - j0.83 \Omega$$

$$Z_2 = \frac{Z_c Z_a}{\Delta} = \frac{(6 - j)(2 + j2)}{12} = \frac{14 + j10}{12}$$

$$= 1.17 + j0.83 \Omega^*$$

$$Z_3 = \frac{Z_a Z_b}{\Delta} = \frac{(2 + j2)(4 - j)}{12} = \frac{10 + j6}{12}$$

$$= 0.83 + j0.5 \Omega$$

* 原书误为 $1.71 + 0.83[\Omega]$ ——译者。

4. 电 路 (2)

4.1 三相平衡电路

[1] 电源和负载都是星形(Y)连接时(Y-Y电路)[图 4.1(a)]

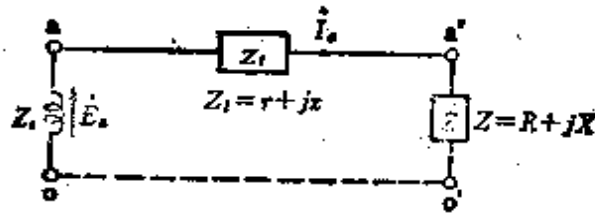
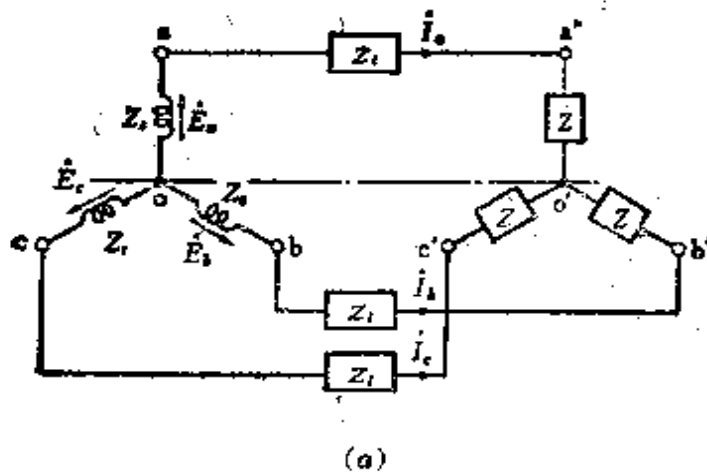


图 4.1

在三相平衡的电路中，如果一相分量能够表示成图 4.1(b)那样，那么每一相的总阻抗 Z_0 (忽略电源的阻抗) 为

$$\left. \begin{aligned} Z_0 &= Z_l + Z_s = (r + R) + j(x + X) \\ &= |Z_0| / \theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

$$|Z_0| = \sqrt{(r + R)^2 + (x + X)^2}$$

$$\theta_0 = \tan^{-1} \frac{x + X}{r + R}$$

$$\left. \begin{aligned} I_a &= \frac{\dot{E}_a}{Z_0} = \frac{\dot{E}_a}{|Z_0| / \theta_0} = \frac{E}{|Z_0|} / -\theta_0 \\ I_b &= \frac{\dot{E}_b}{Z_0} = \frac{a^2 \dot{E}_a}{|Z_0| / \theta_0} = \frac{E}{|Z_0|} / -\theta_0 - \frac{2\pi}{3} \\ I_c &= \frac{\dot{E}_c}{Z_0} = \frac{a \dot{E}_a}{|Z_0| / \theta_0} = \frac{E}{|Z_0|} / -\theta_0 - \frac{4\pi}{3} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

〈注〉 $Z_l = 0$ 时 $|Z_0| = |Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$, 应该以 $\theta = \tan^{-1} \frac{X}{R}$ 来求 I_a, I_b, I_c .

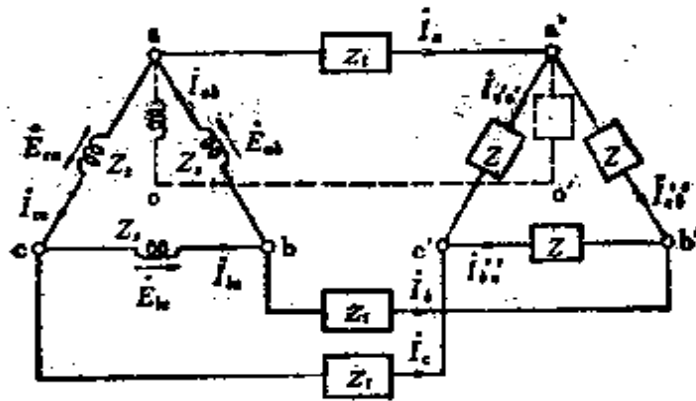
[2] 电源和负载都是三角形(Δ)连接时(Δ - Δ 电路)[图 4.2(a)]

在三相平衡的电路中, 如果一相分量能够表示成图 4.2(b)那样, 那么每一相的总阻抗是 Z_0 , 应用 3.9 节[2]的 $\Delta \rightarrow Y$ 变换式

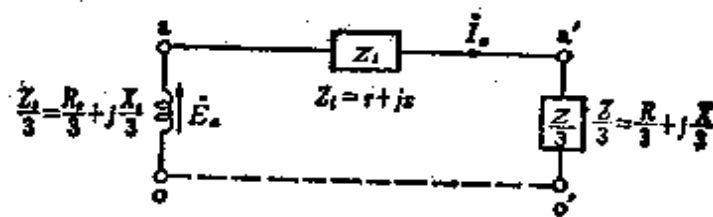
$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{Z_s}{3} + Z_l + \frac{Z}{3} = \left(\frac{R_s}{3} + r + \frac{R}{3} \right) + j \left(\frac{X_s}{3} + x + \frac{X}{3} \right)^* \\ &= R_0 + jX_0 = |Z_0| / \theta_0 \end{aligned}$$

$$|Z_0| = \sqrt{R_0^2 + X_0^2}, \theta_0 = \tan^{-1} \frac{X_0}{R_0}$$

* 原文中公式 $Z_0 = \frac{Z_s}{3} + Z_l + \frac{Z}{3} = \left(\frac{R_s}{3} + R_l + \frac{R}{3} \right) + j \left(\frac{X_s}{3} + X_l + \frac{X}{3} \right)$ 与图 4-2(b)中的标注不一致, 在此作了修正。——译者



(a)



(b)

图 4.2

另外, 根据 3.8 节[2]中的(2), 因为 $\dot{E}_a = \frac{E_{\phi}}{3} \angle -\frac{\pi}{6}$, $\dot{E}_b = \frac{\dot{E}_{\phi}}{\sqrt{3}} \angle -\frac{\pi}{6}$, $\dot{E}_c = \frac{E_{\phi}}{\sqrt{3}} \angle -\frac{\pi}{6}$, 所以

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_a &= \frac{\dot{E}_a}{Z_0} = \frac{\frac{E_{ab}}{\sqrt{3}} \angle -\frac{\pi}{6}}{|Z_0| \angle \theta_0} = \frac{E_{ab}}{\sqrt{3} |Z_0|} \angle -\theta_0 - \frac{\pi}{6} \\ \dot{I}_b &= \frac{\dot{E}_c}{Z_0} = \frac{a^2 \frac{E_{ab}}{\sqrt{3}} \angle -\frac{\pi}{6}}{|Z_0| \angle \theta_0} = \frac{E_{ab}}{\sqrt{3} |Z_0|} \angle -\theta_0 - \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3} \\ \dot{I}_c &= \frac{\dot{E}_c}{Z_0} = \frac{a \frac{E_{ab}}{\sqrt{3}} \angle -\frac{\pi}{6}}{|Z_0| \angle \theta_0} = \frac{E_{ab}}{\sqrt{3} |Z_0|} \angle -\theta_0 - \frac{\pi}{6} - \frac{4\pi}{3} \end{aligned} \right\} (4.3)$$

[3] 三相平衡电路的功率

如果是三相平衡电路，那么就存在相电压 $U_a = U_b = U_c = U_p$ ，相电流 $I_a = I_b = I_c = I_p$ ，相位差角 $\theta_a = \theta_b = \theta_c = \theta_p$ ，因此功率 P [W] 为

$$P = 3U_p I_p \cos \theta_p \text{ [W]} \quad (4.4)$$

在这里，因为三角形连接时有： $I_p = \frac{I}{\sqrt{3}}$ ， $U_p = U$ ，而，星形连接时有： $I_p = I$ ， $U_p = \frac{U}{\sqrt{3}}$ ，所以无论是三角形连接还是星形连接都存在

$$P = \sqrt{3} UI \cos \theta_p \text{ [W]} \quad (4.5)$$

[例题 1] 有一如图 4.3 所示的三相平衡负载。负载的总功率为 4.8kW，负载的阻抗 $Z = R + jX$ 时，求 R 、 X 的值？

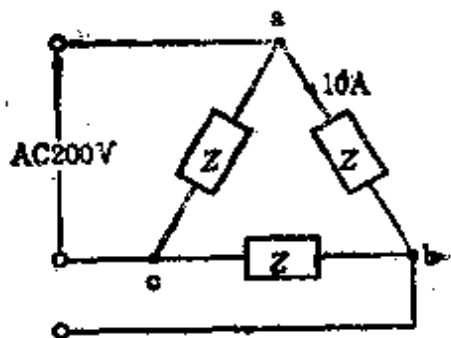


图 4.3

[解答] 因为对于图 4.3 所示的电路，每一相的功率可表示为

$$P = \frac{4.8 \times 10^3}{3} = 10^2 \times R$$

$$R = \frac{4.8 \times 10^3}{3 \times 10^2} = \frac{48}{3} = 16 \Omega$$

另外 $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{200}{10}$ ， $R^2 + X^2 = \left(\frac{200}{10}\right)^2$

所以

$$X = \sqrt{\left(\frac{200}{10}\right)^2 - R^2} = \sqrt{\left(\frac{200}{10}\right)^2 - 16^2} = 12 \Omega$$

【例题 2】 把如图 4.4 所示的平衡三相负载接到电压为 220 V 的对称三相电源上时, 求线电流及负载的功率因数。其中, $R = 9 \Omega$, $\frac{1}{\omega C} = 4 \Omega$, $\omega = 2\pi f$, f 为频率。

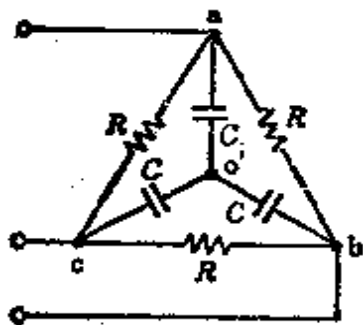


图 4.4

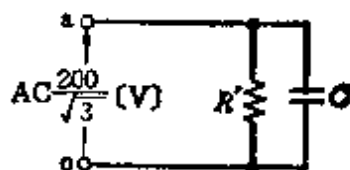


图 4.5

【解答】 可把图 4.4 中的一相分量用图 4.5 来表示,

$$R' = \frac{R}{3} = \frac{9}{3} = 3 \Omega, \quad \frac{1}{\omega C} = 4 \Omega,$$

因此, 线电流 I [A] 为

$$\begin{aligned} I &= \left(\frac{1}{R'} + j\omega C \right) \dot{U} \\ I &= \sqrt{\left(\frac{1}{R'}\right)^2 + (\omega C)^2} U = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} \times \frac{200}{3} \\ &= 48.1 \text{ A} \end{aligned}$$

又, 负载的功率因数 $\cos \theta$ 为

$$\cos \theta = \frac{\frac{1}{R'}}{\sqrt{\left(\frac{1}{R'}\right)^2 + (\omega C)^2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{12}} = 0.8$$

【例题 3】 一台 Δ - Δ 连接的三相变压器, 它的次级现在

接有 200 V、100 kV·A、功率因数 (pf) 为 0.85 的三相平衡负载。问次级的相电流是多少?

[解答] 根据题意, 画出图 4.6。那么可由式(4.5)得

$$P = \sqrt{3} U_{a'b'} I_a \cos \theta [\text{W}]$$

$$I_a = \frac{P}{\sqrt{3} U_{a'b'} \cos \theta} = \frac{P_a}{\sqrt{3} U_{a'b'}} [\text{A}]$$

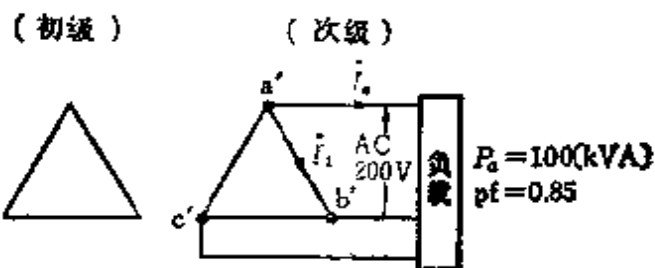


图 4.6

因此, 次级的相电流 I_2 [A] 为

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{I_a}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{P_a}{\sqrt{3} U_{a'b'}} \\ &= \frac{P_a}{3 U_{a'b'}} = \frac{100 \times 10^3}{3 \times 200} = 166.7 \text{ A} \end{aligned}$$

4.2 三相不平衡电路

[1] Y-Y 电路(中点接地)(图 4.7)

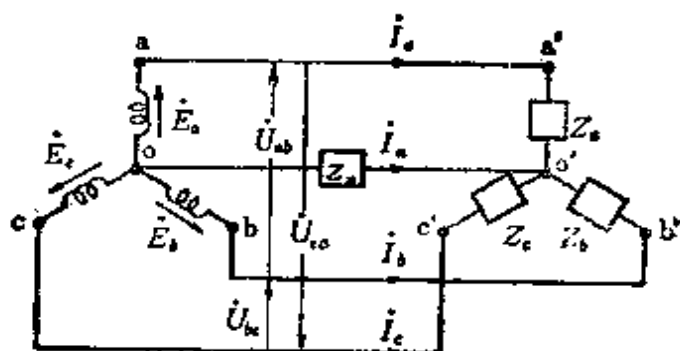


图 4.7

电源的三相电动势 $\dot{E}_a, \dot{E}_b, \dot{E}_c$ 和三相不平衡负载 Z_a, Z_b, Z_c 连接在一起, 中点之间的阻抗是 Z_n , 把图中 o 点定为零电位点, 如果 o' 点的电位是 \dot{V}_n , 那么

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_a &= (\dot{E}_a - \dot{V}_n) Y_a \\ \dot{I}_b &= (\dot{E}_b - \dot{V}_n) Y_b^{*1} \\ \dot{I}_c &= (\dot{E}_c - \dot{V}_n) Y_c^{*2} \\ \dot{I}_n &= -Y_n \dot{V}_n \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_n = 0 \quad (4.7)$$

把式(4.6)代入式(4.7)并整理

$$\dot{V}_n = \frac{Y_a \dot{E}_a + Y_b \dot{E}_b + Y_c \dot{E}_c}{Y_a + Y_b + Y_c + Y_n} \quad (4.8)$$

其中, $Y_a = \frac{1}{Z_a}, Y_b = \frac{1}{Z_b}, Y_c = \frac{1}{Z_c}, Y_n = \frac{1}{Z_n}$

<注>(1) 中点不接地时, 需要 $Y_n = 0, \dot{I}_n = 0$ 的附加条件。

<注>(2) 电源侧为对称三相电压时, 应该有 $\dot{E}_a = E, \dot{E}_b = a^2 E, \dot{E}_c = a E$ 。

[2] 不平衡 Y 负载(图 4.8)

$$\dot{U}_{ab} + \dot{U}_{bc} + \dot{U}_{ca} = 0 \quad (4.9)$$

$$Z_a \dot{I}_a - Z_b \dot{I}_b = \dot{U}_{ab}$$

$$Z_b \dot{I}_b - Z_c \dot{I}_c = \dot{U}_{ba}$$

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$$

由此,

*1 原书误为 Y ——译者。

*2 原书误为 Y ——译者。

$$\left. \begin{aligned} I_a &= \frac{Z_c \dot{U}_{ab} - Z_b \dot{U}_{ca}}{\Delta} \\ I_b &= \frac{Z_a \dot{U}_{bc} - Z_c \dot{U}_{ab}}{\Delta} \\ I_c &= \frac{Z_b \dot{U}_{ca} - Z_a \dot{U}_{bc}}{\Delta} \end{aligned} \right\} (4.10)$$

其中, $\Delta = Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a$

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{ao'} &= Z_a I_a = \frac{1}{\Delta} \times Z_a (Z_c \dot{U}_{ab} - Z_b \dot{U}_{ca}) \\ \dot{U}_{bo'} &= Z_b I_b = \frac{1}{\Delta} \times Z_b (Z_a \dot{U}_{bc} - Z_c \dot{U}_{ab}) \\ \dot{U}_{co'} &= Z_c I_c = \frac{1}{\Delta} \times Z_c (Z_b \dot{U}_{ca} - Z_a \dot{U}_{bc}) \end{aligned} \right\} (4.11)$$

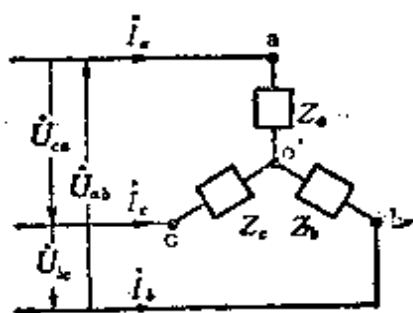


图 4.8

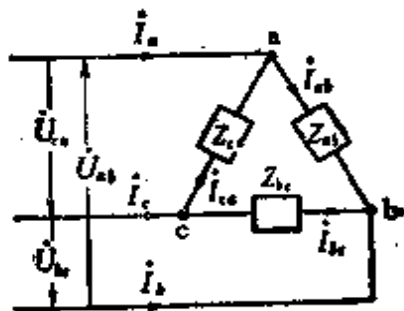


图 4.9

[3] 不平衡 Δ 负载(图 4.9)

和式(4.9)相同,因为 $\dot{U}_{ab} + \dot{U}_{bc} + \dot{U}_{ca} = 0$, 所以

$$I_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}}, I_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}}, I_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z_{ca}} \quad (4.12)$$

另外,线电流为 I_a, I_b, I_c

$$\left. \begin{aligned} I_a &= I_{ab} - I_{ca} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}} - \frac{\dot{U}_{ca}}{Z_{ca}} \\ I_b &= I_{bc} - I_{ab} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}} - \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_{ab}} \\ I_c &= I_{ca} - I_{bc} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z_{ca}} - \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_{bc}} \\ I_a + I_b + I_c &= 0 \end{aligned} \right\} (4.13)$$

[例题 1] 象图 4.10 那样, 三角形连接的负载的各相阻抗为 $Z_A = R_A = 10 \Omega$, $Z_B = R_B = 20 \Omega$, $Z_C = R_C = 40 \Omega$, 在线间施加交流电压 200 V 时, 求以下各值: (1) I_A, I_B, I_C , (2) $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$, (3) I_a, I_b, I_c , (4) I_a, I_b, I_c , (5) 总功率 P_0 。

[解答] 根据式 (4.12)、式 (4.13)

$$(1) I_A = \frac{200}{10} = 20 \text{ A},$$

$$I_B = \frac{200}{20} = 10 \text{ A},$$

$$I_C = \frac{200}{40} = 5 \text{ A},$$

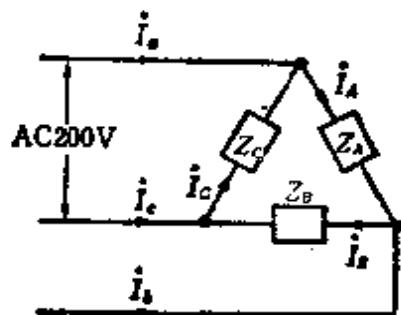


图 4.10

$$(2) \dot{I}_A^* = 20 \text{ A}, \dot{I}_B^* = 10 \angle -\frac{2\pi}{3} = 10 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ = -5 - j5\sqrt{3} \text{ A}$$

$$\dot{I}_C^* = 5 \angle \frac{2\pi}{3} = 5 \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -2.5 + j2.5\sqrt{3} \text{ A}$$

$$(3) I_a^* = 20 - 5 \angle \frac{2\pi}{3} = 20 - 5 \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ = 22.5 - j2.5\sqrt{3} \text{ A}$$

$$I_b^* = 10 \angle -\frac{2\pi}{3} - 20 = 10 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 20$$

• 原书误为 I_A, I_B, I_C, I_a, I_b ——译者。

$$= -25 - j5\sqrt{3} \text{ A}$$

$$I_c^{*1} = \frac{5 \angle \frac{2\pi}{3} - 10 \angle -\frac{2\pi}{3}}{-10 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)} = 5 \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$= 2.5 + j7.5\sqrt{3} \text{ A}$$

$$(4) I_a = \sqrt{22.5^2 + (2.5\sqrt{3})^2} = 22.9 \text{ A}$$

$$I_b = \sqrt{25^2 + (5\sqrt{3})^2} = 26.5 \text{ A}$$

$$I_c = \sqrt{2.5^2 + (7.5\sqrt{3})^2} = 13.2 \text{ A}$$

$$(5) P_0 = 200 \times (20 + 10 + 5) = 7000 \text{ W} = 7 \text{ kW}$$

【例题2】在图4.11的a、b、c端钮之间施加对称三相电压 \dot{U}_{ab} 、 \dot{U}_{bc} 、 \dot{U}_{ca} 时，求 $\dot{U}_{ao'}^{*2}$ 。其中， $Z_a = Z_b = R$ ， $Z_c = jR$ ， $\dot{U}_{ab} = 200 \text{ V}$ （基准矢量）

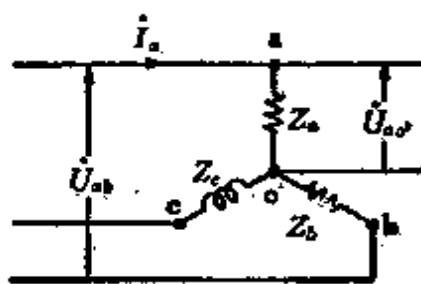


图 4.11

【解答】由题示可知 $\dot{U}_{ab} = 200 \text{ V}$ ， $\dot{U}_{bc} = 200a^2 \text{ V}$ ， $\dot{U}_{ca} = 200a \text{ V}$ ，所以使用式(4.11)

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ao'} &= Z_a I_a = \frac{Z_a Z_c \dot{U}_{ab} - Z_c Z_b \dot{U}_{ca}}{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a} = \frac{jR^2 \times 200 - R^2 \times 200a}{R^2 + jR^2 + jR^2} \\ &= \frac{200R^2(-a + j)}{R^2(1 + j^2)} = \frac{[1 + j(2 - \sqrt{3})] \times 200}{2 \times (1 + j2)} \\ &= 20 \times [(5 - 2\sqrt{3}) - j\sqrt{3}] \end{aligned}$$

因此

*1 原书误为 I_c 。——译者。

*2 原书误为 U_{ao} 。——译者。

$$U_{ao'} = 20\sqrt{(5 - 2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2} = 46.3 \text{ V}$$

4.3 含有互感的电路

[1] 耦合电路的等效电路(图 4.12)

如图(a)所示,初级(P侧)电路,次级(S侧)电路的自感分别为 L_1, L_2 ,互感为 $\pm M$ 时,它的等效电路如图(b)表示,则电路的计算变得非常容易。

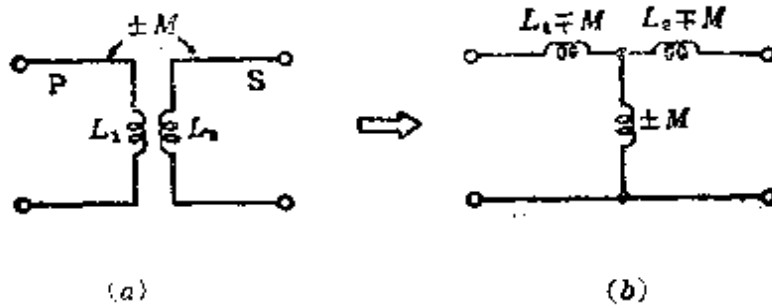


图 4.12

[2] 含互感 M 的电路

(1) 含互感 M 的线圈总电感(图 4.13)

因为图(a)可用图(b)的等效电路来表示,所以,变为
 $\dot{U}_{ab} = [(R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 \pm 2M)]\dot{I}$,总电感 L [H]为,

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M \text{ [H]} \quad (4.14)$$

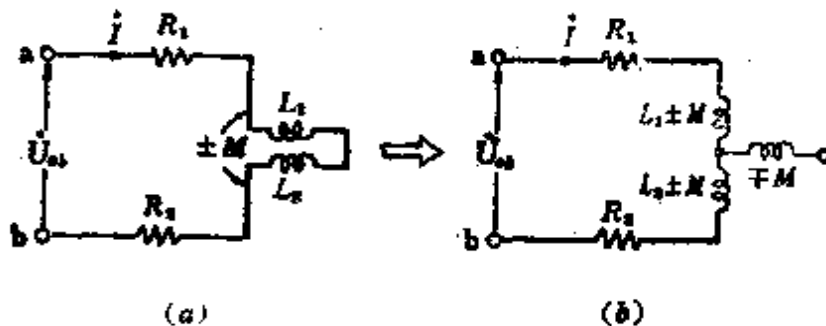


图 4.13

(2) 耦合电路的阻抗(图 4.14)

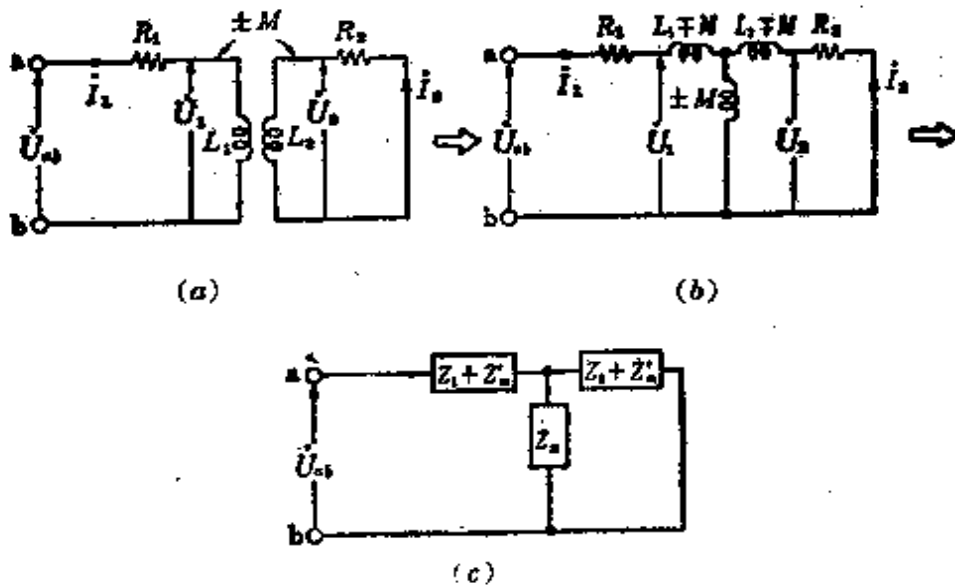


图 4.14

因为图(a)耦合电路的等效电路可以变成图(b)那样, 如果 $\pm j\omega M = Z_m$, $R_1 + j\omega L_1 = Z_1$, $R_2 + j\omega L_2 = Z_2$, $\mp j\omega M = Z'_m$, 则可表示成图(c)那样, 那么 ab 之间的阻抗 Z_{ab} 为

$$\begin{aligned}
 Z_{ab} &= Z_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_2} \\
 &= R_1 + \frac{\omega^2 M^2 R_2}{R_2^2 + (\omega L_2)^2} + j\omega \left[L_1 - \frac{\omega^2 M^2 L_2}{R_2^2 + (\omega L_2)^2} \right] \quad (4.15)
 \end{aligned}$$

(3) 含互感 M 的电桥电路的平衡条件(图 4.15)

图(a)可用图(b)的等效电路来表示, 这个交流电桥电路的平衡条件为

$$\begin{aligned}
 &P[R + j\omega(L \pm M)] \\
 &\mp j\omega M \left(Q - j\frac{1}{\omega C} \right) \\
 &= \mp \frac{M}{C} \mp j\omega M Q
 \end{aligned}$$

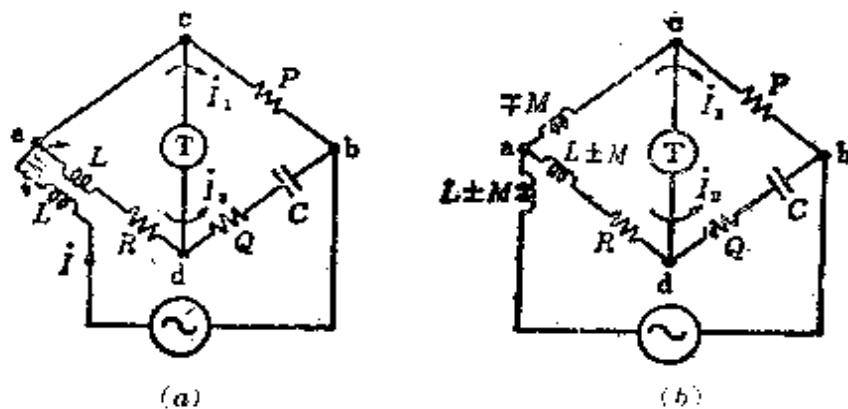


图 4.15

因此, $PR = \mp \frac{M}{C}$, $P(L \pm M) = \mp MQ$, 这里只有当 $PR = \frac{M}{C}$, $P(L - M) = MQ$ 时平衡条件才被满足 (适用于差动耦合时的条件)。满足平衡条件的公式为

$$C = \frac{M}{PR}, \quad Q = P \left(\frac{L}{M} - 1 \right) \quad (4.16)$$

[例题 1] 画出图 4.16 所示耦合电路的等效电路, 导出表示 i_1 的公式*。

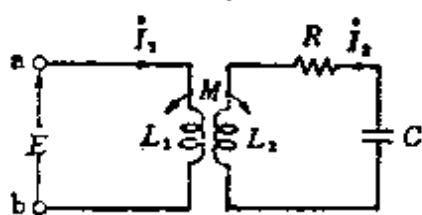


图 4.16

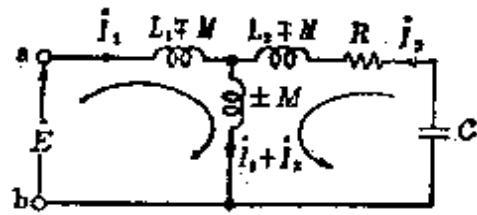


图 4.17

[解答] 等效电路如图 4.17 所示,

* 原书误为 I_1 ——译者。

$$\begin{cases} j\omega(L_1 \mp M)I_1 + j\omega(\pm M)(I_1 + I_2) = \dot{E}^{*1} & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} RI_2 + j\omega(L_2 \mp M)I_2 + j\omega(\pm M)(I_1 + I_2) - j\frac{1}{\omega C}I_2^{*2} = 0 & (2) \end{cases}$$

把式(1)、式(2)进行整理

$$\begin{cases} j\omega L_1 I_1 \quad \pm j\omega M I_2^{*2} = \dot{E}^{*1} & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \pm j\omega M I_1^{*3} + [R + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C})]I_2 = 0 & (4) \end{cases}$$

由式(3)、式(4)

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} \dot{E}_1 & \pm j\omega M \\ 0 & R + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j\omega L_1 & \pm j\omega M \\ \pm j\omega M & R + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C}) \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{[R + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C})]\dot{E}^{*2}}{j\omega L_1 [R + j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C})] - (\pm j\omega M)^2}$$

$$= \frac{\dot{E}^{*2}}{\frac{\omega^2 M^2 R}{R^2 + X^2} + j(\omega L_1 - \frac{\omega^2 M^2 X}{R^2 + X^2})}$$

(其中, $X = \omega L_2 - \frac{1}{\omega C}$)。

[例题 2] 象图 4.18 那样, 当耦合电路以自感 L , 互感 M 耦合时, 求 ab 端钮间的等效电阻以及等效电抗。

[解答] 因为可用图 4.19 那样的等效电路来表示, 所以

*1 原书误为 E ——译者。

*2 原书误为 I_2 ——译者。

*3 原书误为 I_1 ——译者。

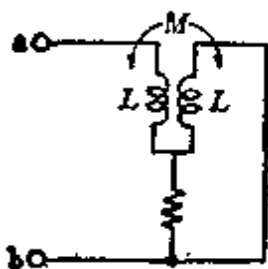


图 4.18

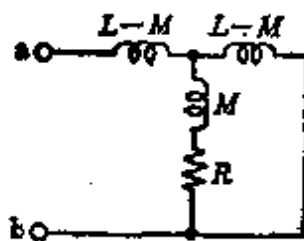


图 4.19

设 ab 端钮间的阻抗 Z_{ab} 为

$$Z_{ab} = j\omega(L-M) + \frac{(R + j\omega M)[j\omega(L-M)]}{(R + j\omega M) + j\omega(L-M)}$$

$$= \frac{\omega^2 R(L-M)^2 + j[\omega^3 L(L^2 - M^2) + 2\omega R^2(L-M)]}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

因此

$$\text{等效电阻 } R_0 = \frac{\omega^2 R(L-M)}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\text{等效电抗 } X_0 = \frac{\omega^3 L(L^2 - M^2) + 2\omega R^2(L-M)}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

4.4 非正弦波交流

[1] 非正弦波交流 的表示

按一定的周期进行变化而不是正弦的交流叫做非正弦波交流。一般情况，规定非正弦波交流 y 用频率不同的正弦波交流的累加来表示，它的瞬时值可表示为

$$y = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots + A_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \quad (4.17)$$

这里称它为傅里叶级数。

A_0 : 相当于非正弦波 y 在一周期内的平均值。表示与时间

i 无关的直流分量。

$A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$: 基波, $A_2 \sin(2\omega t + \varphi_2)$: 第二次谐波,
 $A_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$: 第 n 次谐波。

〈注〉 非正弦波的正波和负波对称时, 只包含奇次谐波, 不包含偶次谐波。象这样的非正弦波的波形叫做对称波形。另外, 把含有反向偶次谐波的情形(正波与负波不对称)叫做非对称波形。

[2] 非正弦波交流的有效值

求非正弦波交流的有效值时也与 3.2 节正弦波交流的基础[2]中的(2)所表示的情形一样, 用各瞬时值的平方在一周期内的平均值的平方根来表示。现在, 设非正弦波电流 i 为

$$i = I_0 + I_{m1} \sin(\omega t + \alpha_1) + I_{m2} \sin(2\omega t + \alpha_2) + \dots + I_{mn} \sin(n\omega t + \alpha_n) \quad (4.18)$$

它的有效值 I 为

$$I = \sqrt{i^2 \text{ 的一周期内的平均值}} = \sqrt{I_0^2 + \frac{2}{1} + I_2^2 + \dots + I_n^2} \quad (4.19)$$

[3] 畸变系数

在基波中所含高次谐波的比例, 可用畸变系数来表示。

$$\text{畸变系数} = \frac{\text{高次谐波成分的有效值}}{\text{基波的有效值}} \quad (4.20)$$

由式(4.18)

$$\text{谐波系数} = \frac{\sqrt{I_2^2 + \dots + I_n^2}}{I_1} \quad (4.21)$$

[4] 非正弦波交流的功率

如果非正弦波交流的电压及电流的瞬时值是 u 和 i , 那么它的瞬时功率 p 可由 $p = ui$ 来求, 功率 P 可用瞬时功率 p

的一周期内的平均功率来表示。

如果现在把各电压相加, $u = u_1 + u_3 + u_5 = \sqrt{2} U_1 \sin \omega t + \sqrt{2} U_3 \sin 3\omega t + \sqrt{2} U_5 \sin 5\omega t$, 流过的电流 $i = i_1 + i_3 + i_5 = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - \theta_1) + \sqrt{2} I_3 \sin(3\omega t - \theta_3) + \sqrt{2} I_5 \sin(5\omega t - \theta_5)$, 那么瞬时功率变为

$$\begin{aligned} p &= (u_1 + u_3 + u_5)(i_1 + i_3 + i_5) \\ &= (u_1 i_1 + u_3 i_3 + u_5 i_5) \\ &\quad + (u_1 i_3 + u_1 i_5 + u_3 i_1 + u_3 i_5 + u_5 i_1 + u_5 i_3) \end{aligned} \quad (4.22)$$

因为不同频率积的平均值为 0, 因此, 式(4.22)第二项变为 0, 可表示为

$$\begin{aligned} P &= p \text{ 的平均值} = u_1 i_1 \text{ 的平均值} \\ &\quad + u_3 i_3 \text{ 的平均值} + u_5 i_5 \text{ 的平均值} \\ &= U_1 I_1 \cos \theta_1 + U_3 I_3 \cos \theta_3 + U_5 I_5 \cos \theta_5 \end{aligned} \quad (4.23)$$

〈参考〉 非正弦波交流功率 P 的一般公式

$$\begin{aligned} u &= U_0 + \sqrt{2} U_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + \cdots + \sqrt{2} U_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \\ &= U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i &= I_0 + \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + \cdots + \sqrt{2} I_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \\ &= I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \end{aligned}$$

$$p = \left[U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_n \sin(n\omega t + \varphi_n) \right] \left[I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} I_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \right]$$

$$\text{所以 } P = U_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \cos(\varphi_n - \alpha_n) \quad (4.24)$$

〈注〉 求式(4.23)、式(4.24)の場合,应用

$$\sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)]$$

[5] 等效正弦波和等效功率

对于即使是非正弦波,如果是在非正弦性不很显著的情况下,将其作为假想正弦波处理,这个方法将显得容易。把这时的波称为等效正弦波。因而,具有和非正弦波相同的有效值,和基波相同频率的等效正弦波为正弦波。其非正弦波的电压、电流的有效值为 $U[V]$, $I[A]$,此时的功率为 $P[W]$,那么

$$P = UI \cos\theta [W] \quad (4.25)$$

其中, $\cos\theta$ 是等效功率因数, θ 是等效相位差角。

[例题1] 在图4.20的电路中,所加电压是 $u = 6 + 100\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) + 50\sqrt{2}\sin 3\omega t [V]$ 时,回答以下问题:

(1) 电流的瞬时值, (2) 电流的有效值, (3) 功率, (4) 电流的畸变系数。

[解答] (1) 电流的瞬时值

$$\begin{aligned} i &= \frac{6}{3} + \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6} - \tan^{-1} \frac{4}{3}\right) \\ &\quad + \frac{50\sqrt{2}}{\sqrt{3^2 + 9 \times 4^2}} \sin\left(3\omega t - \tan^{-1} \frac{12}{3}\right) \\ &= 2 + 20\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6} - \tan^{-1} \frac{4}{3}\right) \\ &\quad + \frac{50}{\sqrt{153}} \sqrt{2} \sin\left(3\omega t - \tan^{-1} 4\right) A \end{aligned}$$

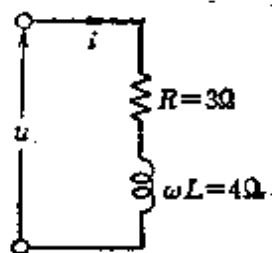


图 4.20

(2) 电流的有效值

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 - I_3^2} = \sqrt{2^2 + 20^2 + \left(\frac{50}{\sqrt{153}}\right)^2}$$
$$= \sqrt{4 + 400 + 16.34} = \sqrt{420.34} = 20.5 \text{ A}$$

(3) 功率

$$P = I_0^2 R + I_1^2 R - I_3^2 R = R(I_0^2 + I_1^2 - I_3^2) = 3 \times 420.34 = 1261 \text{ W}$$

(5) 电流的畸变系数

$$\text{畸变系数} = \frac{\sqrt{I_3^2}}{I_1} = \frac{50}{20\sqrt{153}} = \frac{2.5\sqrt{153}}{153} = \frac{30.93}{153}$$
$$= 0.202$$

【例题 2】 在对称波中不包含偶次谐波。试用公式说明它的道理。

【解答】 现在, 设谐波电动势的正波是 e_1 , 负波是 e'_1 , 则

$$e_1 = E_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + E_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + E_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots$$

另外, 对于 e'_1 将变为 $\omega t' = \omega t + \pi$

$$e'_1 = E_1 \sin(\omega t' + \varphi_1) + E_2 \sin(2\omega t' + \varphi_2) + E_3 \sin(3\omega t' + \varphi_3) + \dots$$
$$= E_1 \sin(\omega t + \pi + \varphi_1) + E_2 \sin(2\omega t + 2\pi + \varphi_2) + E_3 \sin(3\omega t + 3\pi + \varphi_3) + \dots$$
$$= -E_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + E_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) - E_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots$$
$$= -e_1 + 2[E_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots]$$

因此, 不包含 $E_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots$ 时 $e'_1 = -e$ 成为对称

波。

[例题3] 在图 4.21 的串连电路中, 计算加电压 $u = \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \varphi_1) - \sqrt{2}U_5 \sin(5\omega t + \varphi_5)$ [V] 时的功率 P 。

[解答] 根据式(4.23)

$$\begin{aligned} P &= U_1 I_1 \cos\theta_1 + U_5 I_5 \cos\theta_5 \\ &= U_1 \frac{U_1}{\sqrt{R^2 - \omega^2 L^2}} \times \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \\ &= U_5 \frac{U_5}{\sqrt{R^2 + 25\omega^2 L^2}} \times \frac{R}{\sqrt{R^2 + 25\omega^2 L^2}} \\ &= \frac{U_1^2 R}{R^2 + \omega^2 L^2} + \frac{U_5^2 R}{R^2 + 25\omega^2 L^2} \text{ [W]} \end{aligned}$$

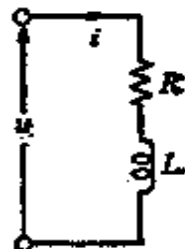


图 4.21

4.5 暂态现象

各种电路的暂态现象可表示为表 4.1。

<参考>(1) 对于 $R-L$ 串联的直流电路(表 4-1 中的①) 当把开关 S 合向 a 侧时, 暂态电流 i 可表示成 $i = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right)$ [A]。

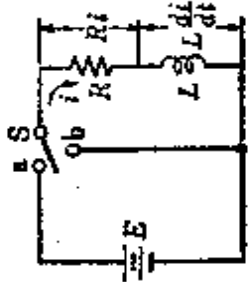
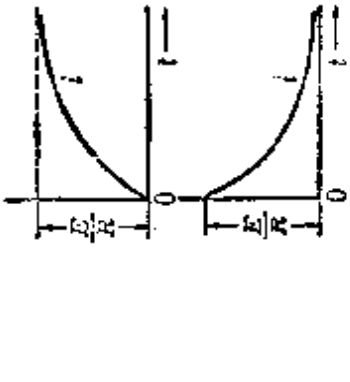
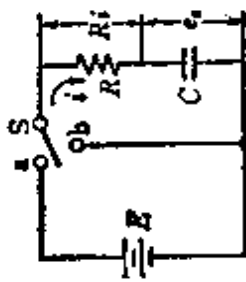
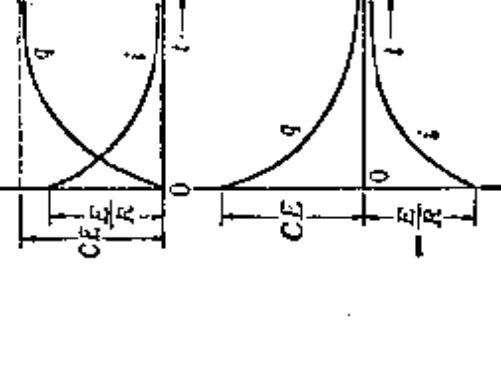
对比电路图 $L \frac{di}{dt} + Ri = E, L \frac{di}{E - Ri} = dt$, 对两边进行积分, $L \int \frac{1}{E - Ri} di = \int dt$, 因此 $-\frac{L}{R} \log(E - Ri) = t + CE - Ri = e^{-\frac{R}{L}(t+CE)} = e^{-\frac{RC}{L}} e^{-\frac{Rt}{L}}$, 如果 $e^{-\frac{RC}{L}} = A_1, \frac{A_1}{R} = A_2$,

那么 $i = \frac{E}{R} - A_2 e^{-\frac{Rt}{L}}$ 。在这里, 初始条件 $t=0$ 时把 $i=0$ 代

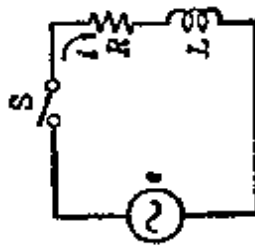
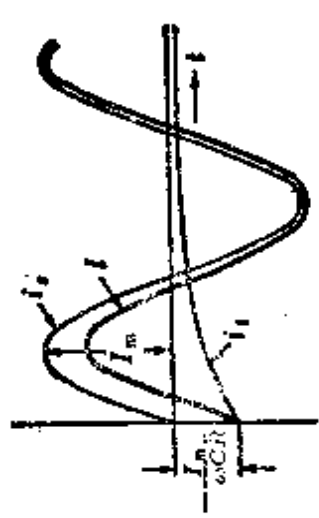
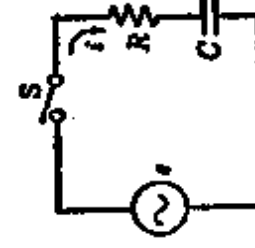
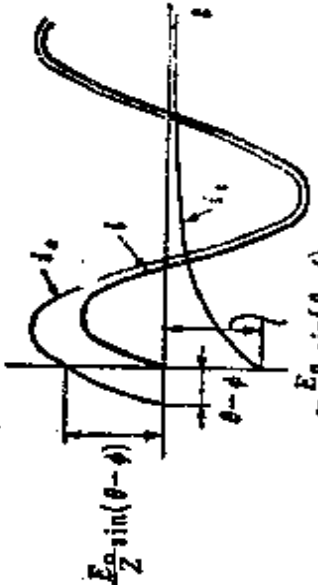
入, 变为 $0 = \frac{E}{R} - A_2, A_2 = \frac{E}{R}$, 所以 $i = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right)$ [A]。现

在, 这个式可表示为

表 4.1

电路图	电流的公式	特性曲线图
<p>①</p> <p>R-L串联的直流电路</p> 	<p>1. 把开关S合向a侧(0→I)</p> $i = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{Rt}{L}})$ <p>2. 把开关S从a侧切换到b侧时(I→0)</p> $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{Rt}{L}}$	
<p>②</p> <p>R-C串联的直流电路</p> 	<p>1. 把开关S合向a侧(0→I)</p> $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{CR}}, q = CE(1 - e^{-\frac{t}{CR}})$ <p>2. 把开关S从a侧切换到b侧时(I→0)</p> $i = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{CR}}, q = CE e^{-\frac{t}{CR}}$	

续表

	电 路 图	电 流 的 公 式	特 性 曲 线 图
③	<p>R-L串联的交流电路</p>  <p>其中 $e = E_m \sin(\omega t + \theta)$</p>	<p>1. 把开关S闭合 $i = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} [\sin(\omega t + \theta - \varphi)]$ $- \sin(\theta - \varphi) e^{-\frac{Rt}{L}}$ </p> <p>2. 把R-L电路短接 $i = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \sin(\theta - \varphi) e^{-\frac{Rt}{L}}$ </p> <p>其中, $\varphi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$ (注) $\theta - \varphi > 0$ 时, 不发生暂态现象</p>	 <p>$i = i_s + i_t$</p>
④	<p>R-C串联的交流电路</p>  <p>其中, $e = E_m \sin(\omega t + \theta)$</p>	<p>1. 把开关S闭合 $i = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} [\sin(\omega t + \theta + \varphi)]$ $- \cos(\theta + \varphi) e^{-\frac{t}{\omega CR}}$ </p> <p>2. 把R-C电路短接 $i = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} \times \frac{\cos(\theta + \varphi)}{\omega CR} e^{-\frac{t}{\omega CR}}$ </p> <p>其中 $\varphi = \tan^{-1} \frac{1}{\omega CR}$ (注) $\theta - \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ 时, 不发生暂态现象</p>	 <p>$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad i = i_s + i_t$</p>

$$i = i_s + i_t = \frac{E}{R} + \left(-\frac{E}{R} e^{-\frac{Rt}{L}} \right),$$

(一般解) (常数项) (暂态项)

一般可理解为 $i = i_s + i_t = i_s + Ae^{pt}$ 。 i_s 可以用与电路计算相同的方法来求，而 i_t 可写成 $i_t = Ae^{pt}$ ($p = -\frac{d}{dt}$) 可以通过辅助方程式，例如，代入 $L\frac{di_t}{dt} + Ri_t = 0$ 来求。

<参考> (2) $i = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{t}{T}})$ ，在这里，

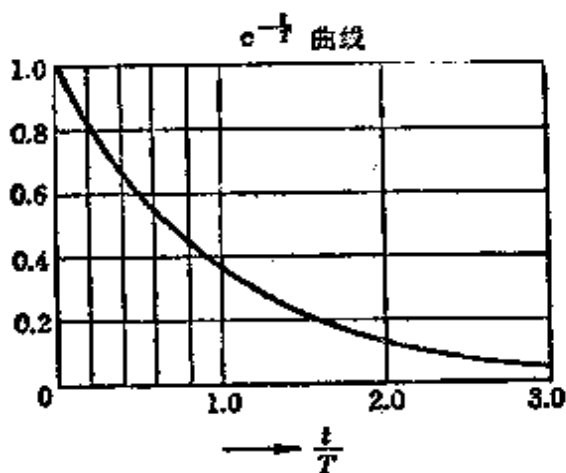


图 4.22

表 4.2

$\frac{t}{T}$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
$e^{-\frac{t}{T}}$	1	0.819	0.67	0.547	0.449	0.368*	0.135	0.05	0.018	0.007
$1 - e^{-\frac{t}{T}}$	0	0.181	0.33	0.453	0.551	0.632	0.865	0.95	0.982	0.993

* $e^{-1} = \frac{1}{e} = \frac{1}{2.71828} \approx 0.368$

把 $\frac{L}{R} = T$ 叫做时间常数。式中的 $\frac{t}{T}$ 和 $e^{-\frac{t}{T}}$ 的关系可以用表 4.2 和图 4.22 的曲线图表示。

由表 4.2 可知, $t=T$ 时, 暂态值减少到 36.8%, $t=5T$ 时, 可以认为暂态现象基本结束。

[例题 1] 对于表 4.1 中①的 $R-L$ 串联的直流电路, 把开关 S 合向 a 侧, 回答以下问题。(1) 这个电路的时间常数, (2) 0.05s 后的电流值。其中, $R=10\Omega$, $L=100\text{mH}$, $E=10\text{V}$

[解答] (1) $T = \frac{L}{R} = \frac{100 \times 10^{-3}}{10} = 0.01\text{s}$

$$(2) i = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{T}}) = (1 - e^{-\frac{0.05}{0.01}}) 1 - e^{-5} = 1 - 0.007 = 0.993\text{A}$$

[例题 2] 在 $R=1\text{M}\Omega$, $C=1\mu\text{F}$ 的串联电路中, 施加 100V 的直流电压, 利用表 4.2 求 2s 后的电流以及 R 和 C 两端的电压

[解答] 设这个电路的时间常数是 T , $T=CR=10^6 \times 10^{-6}=1\text{s}$, 因此 $\frac{t}{T}=2$, 由表 4.1 中的②, 有

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{CR}} = \frac{100}{10^6} \times e^{-2} = \frac{100}{10^6} \times 0.135 = 13.5 \times 10^{-6} = 13.5\mu\text{A}$$

另外, 设 R 以及 C 两端的电压分别为 e_R , e_C , 则

$$e_R = 0.135 \times 100 = 13.5\text{V}$$

$$e_C = (1 - 0.135) \times 100 = 86.5\text{V}$$

4.6 矢量轨迹

对于交流电路中的各要素 R, L, C, f 变化时, Z, Y 以及 I, U 各矢量大小和相位也按一定的关系作相应的变化。象这样以矢量顶端描绘的轨迹叫做矢量轨迹。

[1] 关于一个矢量 Z^*

(1) 在实轴上用镜象法描述 Z 的共轭矢量 \bar{Z} 。

$$Z = R + jX, \bar{Z} = R - jX \quad (4.26)$$

(2) 在 Z 的共轭矢量 \bar{Z} 上描述 Z 的倒数 $Y = \frac{1}{Z}$ 的矢量

$$Z = R + jX, Y = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

在这里, 如果令 $k = \frac{1}{R^2 + X^2}$, 则

$$Y = k(R - jX) = k\bar{Z} \quad (4.27)$$

(3) 只有在 R 或者 X 变化的场合, Z 的倒数 $Y = \frac{1}{Z}$ 的图形才变成通过原点的圆。

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = Y e^{-j\theta} \left(\theta = \tan^{-1} \frac{X}{R} \right)$$

X 为变数时	圆的中心: $M\left(\frac{1}{2R}, 0\right)$ 圆的半径: $r = \frac{1}{2R}$	} (4.28)
R 为变数时	圆的中心: $M\left(0, -\frac{1}{2X}\right)$, 圆的半径: $r = \frac{1}{2X}$	

* 原书把阻抗 Z 、导纳 Y 表示成矢量 \dot{Z}, \dot{Y} , 实际上 Z, Y 只是反应矢量 \dot{U} 及 \dot{i} 关系的复数——译者。

(4) Z 和 Y, \dot{U} 及 I 的矢量关系

$$\left. \begin{aligned} \dot{U} = ZI, I = I(\text{基准矢量}) \text{ 时 } \dot{U} \propto Z \\ I = Y\dot{U}, \dot{U} = U(\text{基准矢量}) \text{ 时 } I \propto Y \end{aligned} \right\} \quad (4.29)$$

[2] 关于两个矢量 Z_1 和 Z_2

(1) 如果 Z_1 是固定矢量, Z_2 是变化矢量, 那么合成矢量 Z 的轨迹变成一条直线。

$$\left. \begin{aligned} Z = Z_1 + Z_2 = |Z_1|e^{j\theta_1} + |Z_2|e^{j\theta_2} \\ Z_1 \text{ 与 } Z_2 \text{ 之间的夹角是 } \theta, \theta = \theta_1 - \theta_2 \\ (\theta \text{ 是与 } Z_2 \text{ 的变化无关的角}) \end{aligned} \right\} \quad (4.30)$$

但是, 变化矢量, 只改变大小, 其方向不变。

(2) 合成矢量 $Z = Z_1 + Z_2$ 的倒数 $Y = \frac{1}{Z_1 + Z_2}$ 的轨迹是
(固定)(变化)

通过原点的圆

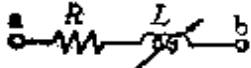
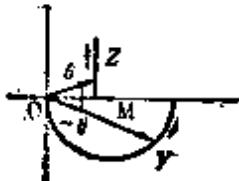

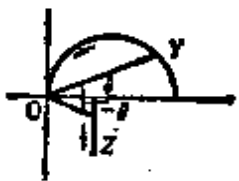
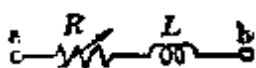
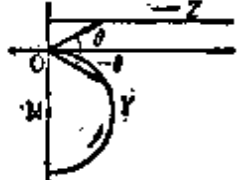

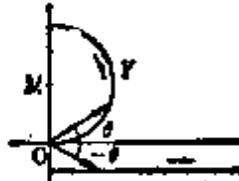
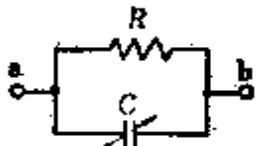
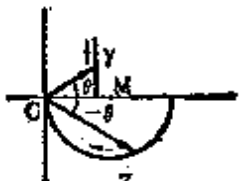
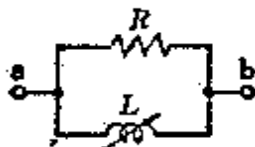
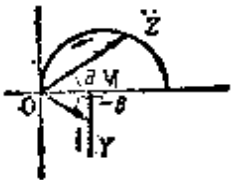
$$\left. \begin{aligned} Y = \frac{1}{Z_1 + Z_2} = \frac{1}{(R_1 + R_2) + j(X_1 + X_2)} \\ \text{圆的中心, } M = \frac{1}{2} \left(\frac{-X_2}{R_2 X_1 - R_1 X_2} - j \frac{R_2}{R_2 X_1 - R_1 X_2} \right) \\ \text{圆的半径, } r = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{X_2^2 + R_2^2}}{R_2 X_1 - R_1 X_2} \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

[3] 各种电路的矢量轨迹

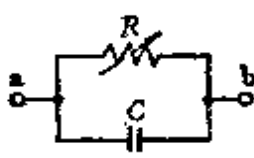
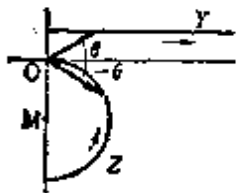
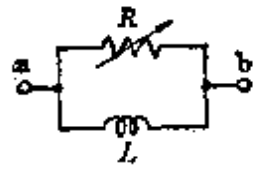
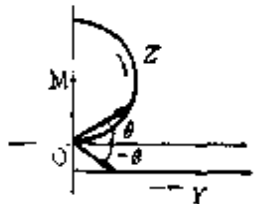
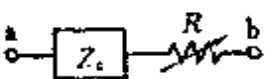
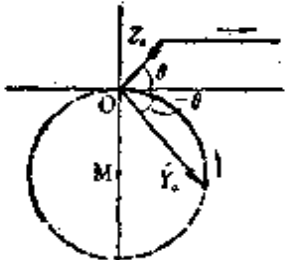
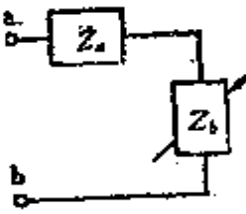
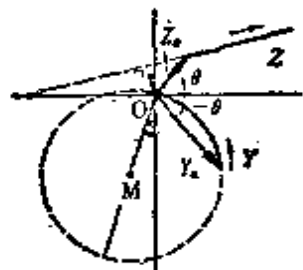
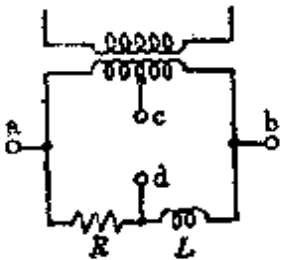
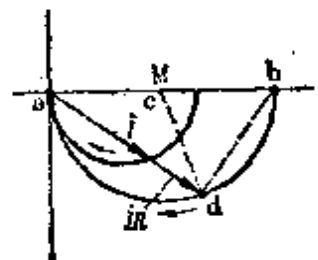
表示由 R, L, C 构成的各种电路及它们的阻抗 Z 、导纳 Y 的矢量轨迹如表 4.3 所示那样。

[例题 1] 如图 4.23 所示, 对于由电阻 R 和电感 L 串联连接的阻抗, 如果 R 和角速度 ω 是常数, L 是变数时, 试画出这个阻抗矢量的顶端轨迹。

表 4.3 电路和矢量轨迹

电 路	Z、Y的矢量轨迹
	
	
	
	
	
	

续表

电 路	Z、Y的矢量轨迹
	
	
	
	
	

续表

电 路	Z, Y 的矢量轨迹

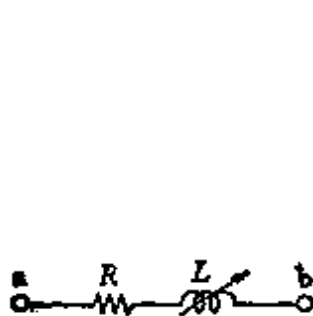


图 4.23

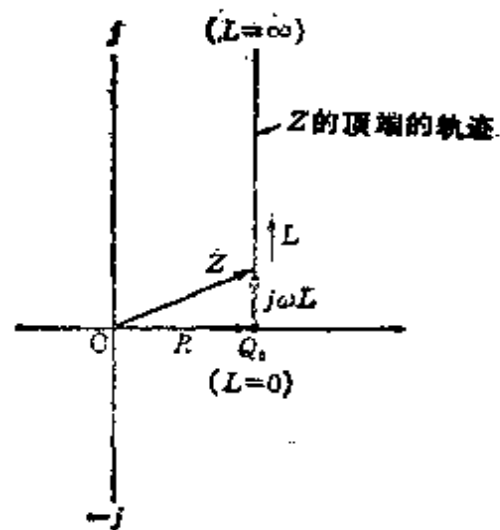


图 4.24

[解答] 阻抗 Z 可表示成 $Z = R + j\omega L$ 。

如果 R, ω 是常数, L 是变数, 则

$$L=0 \text{ 时, } Z=R$$

$$L=1 \text{ 时, } Z=R + j\omega$$

$$L=\infty \text{ 时, } Z=R + j\infty$$

因为 R 是常数, 由于 $j\omega L$ 项是增加的, 所以变成如图 4.24 所示的与虚轴平行的以 Q_0 为基准点的向上的直线轨迹。

〔例题 2〕 对图 4.25 所示 R 、 L 串联电路, $R=0 \sim \infty [\Omega]$, $L=25.5\text{mH}$ 时, 试画出 Z 及 Y 的轨迹, 另外, 在 ab 端钮间施加 $U=100\text{V}$ 的电压时, 电路电流 I 的轨迹将变得怎样? 其中电源的频率是 50Hz 。还有, $\dot{U}=U$ 。

〔解答〕 由式 (4.29)

$$I^* = \frac{1}{R + j\omega L} \dot{U}$$

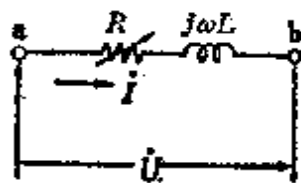


图 4.25

这里, $\omega L = 2\pi fL$

$$= 2 \times 3.14 \times 50 \times 25.5 \times 10^{-3} \approx 8\Omega$$

$R=0 \sim \infty [\Omega]$ 是个变数, 所以可设 $R=0$ 时, $Z=j\omega L$, $|Z| = \omega L = 8\Omega$,

$$Y = -j\frac{1}{\omega L} \quad |Y| = 0.125\Omega^{-1}.$$

$$R = \infty \text{ 时, } Z = \infty, |Z_\infty| = \infty$$

$$Y_\infty = 0, |Y_\infty| = 0$$

根据以上所得结果, 可画出图 4.26, Z 的轨迹是与横轴间的距离为 8Ω 且平行于横轴的直线。由式 (4.28) 可知 Y 的轨迹是以 $r = \frac{1}{2\omega L} = 0.0625$ 为半径的半圆。在那里可由式 (4.29) 求出电路电流 I^* 为

$$I = Y\dot{U} = 100Y$$

其结果是, $R=0$ 时, I 有最大值, $I = 100 \times 0.125 = 12.5\text{A}$ 。因此, I 的轨迹成为以 6.25A 为半径的半圆, 如图 4.26 所示。

〔例题 3〕 对于图 4.27 的电路, 在 $a b$ 端钮之间施加正弦波交流电压的时候, 电路中则流过相位超前 90° 的 5A 电

* 原书误为 I , 下同——译者。

4.7 四端网络

图 4.30 所示是一复杂网络 N ，其一对端钮为输入端 $1, 1'$ ，另一对端钮为输出端 $2, 2'$ ，把具有这样关系的电路网络叫做四端网络。若 N 内含有电源时就叫有源四端网络，不含电源时就叫无源四端网络。



图 4.30

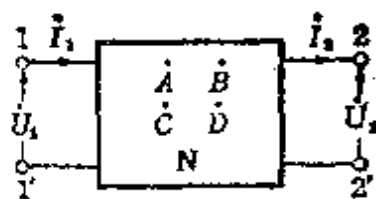


图 4.31

如图 4.31 所示的无源四端网络，输入端的电压为 \dot{U}_1 [V]，电流为 \dot{I}_1 [A]；输出端的电压为 \dot{U}_2 [V]，电流为 \dot{I}_2 [A]。输入端，输出端的关系可由下式表示。

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2 \end{cases} \quad (4.32)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \left. \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{\dot{I}_2=0}, \quad B = \left. \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right)_{\dot{U}_2=0} \right\} \\ C &= \left. \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right)_{\dot{I}_2=0}, \quad D = \left. \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right)_{\dot{U}_2=0} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4.33)$$

$$AD - BC = 1$$

〈参考〉 A 表示开环电压增益， B 表示短路传输阻抗， C 表示开环传输导纳， D 表示短路电流增益，对于四端网络来说是 4 个常数。在这里把 A, B, C, D 叫做四端网络常数或者叫做

h^* 参数。

【例题 1】 求图 4.32(a)、(b) 电路的 h 参数。

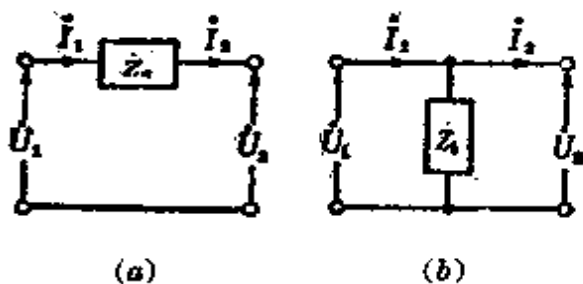


图 4.32

【解答】 (1) 图(a) 的场合, 由式(4.33)可得

$$A = \left(\frac{U_1}{U_2} \right)_{i_2=0} = 1, \quad B = \left(\frac{U_1}{I_2} \right)_{U_2=0} = \frac{U_1}{I_2} = Z_a$$

$$C = \left(\frac{I_1}{U_2} \right)_{i_2=0} = 0, \quad D = \left(\frac{I_1}{I_2} \right)_{U_2=0} = 1$$

(2) 图(b) 的场合, 和(1) 相同可由式(4.33)得

$$A = \left(\frac{U_1}{U_2} \right)_{i_2=0} = 1, \quad B = \left(\frac{U_1}{I_2} \right)_{U_2=0} = 0$$

$$C = \left(\frac{I_1}{U_2} \right)_{i_2=0} = \frac{U_1}{Z_b U_1} = \frac{1}{Z_b}, \quad D = \left(\frac{I_1}{I_2} \right)_{U_2=0} = 1$$

〈参考〉把例题 1 的 h 参数用行列式表示

$$(1) \text{ 的场合 } [h] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(2) \text{ 的场合 } [h] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_b} & 1 \end{bmatrix}$$

* 原书为 F 参数, 我国现行教科书均取用 h 参数。下同——译者。

在这里,象图 4.33 那样的 L 形电路的 h 参数,可根据 h 行列式的级联法简单地求出。

$$\begin{aligned}
 [h] &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_b} & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 + Z_a \frac{1}{Z_b} & 0 + Z_a \\ 0 + \frac{1}{Z_b} & 0 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_a}{Z_b} & Z_a \\ \frac{1}{Z_b} & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

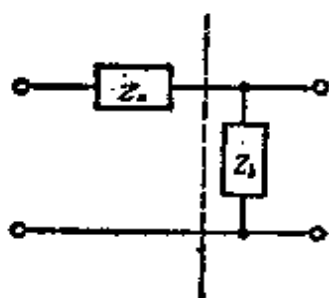


图 4.33

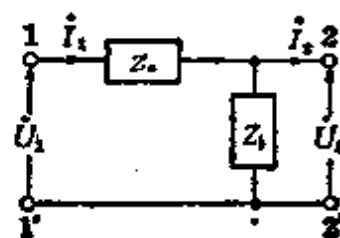


图 4.34

[例题 2] 求图 4.34 所示 L 形电路的 h 参数。

[解答] 由式(4.33)

$$(1) \quad i_2 = 0 \text{ 时, 变为 } \dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_1}{Z_a + Z_b} Z_b, \quad i_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_a + Z_b}$$

$$A = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{i_2=0} = \frac{\dot{U}_1}{\frac{\dot{U}_1 Z_b}{Z_a + Z_b}} = \frac{Z_a + Z_b}{Z_b} = \frac{Z_a}{Z_b} + 1$$

$$C = \left(\frac{i_1}{\dot{U}_2} \right)_{i_2=0} = \frac{\frac{\dot{U}_1}{Z_a + Z_b}}{\frac{\dot{U}_1 Z_b}{Z_a + Z_b}} = \frac{1}{Z_b}$$

$$(2) \quad \dot{U}_2 = 0 \text{ 时, 变为 } \dot{U}_1 = Z_a i_1, \quad i_1 = i_2$$

$$\dot{B} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right)_{\dot{U}_2=0} = \frac{Z_a \dot{I}_2}{\dot{I}_2} = Z_a, \quad \dot{D} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right)_{\dot{U}_2=0} = 1$$

[另解] 由图 4.34 中求 \dot{U}_1, \dot{I}_1 , 并根据式 (4.32) 的形式进行整理

$$\dot{U}_1 = Z_a \dot{I}_1 + \dot{U}_2 \quad Z_a \left(\frac{\dot{U}_2}{Z_b} + \dot{I}_2 \right) + \dot{U}_2 = \left(\frac{Z_a}{Z_b} + 1 \right) \dot{U}_2 + Z_a \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2}{Z_b} + \dot{I}_2 = \frac{1}{Z_b} \dot{U}_2 + \dot{I}_2$$

因此, $A = \frac{Z_a}{Z_b} + 1, \quad B = Z_a, \quad C = \frac{1}{Z_b}, \quad D = 1$

[例题 3] 求图 4.35 所示对称梯形电路的 h 参数。

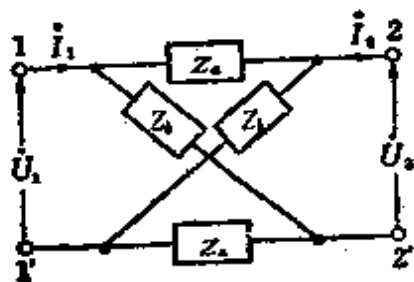


图 4.35

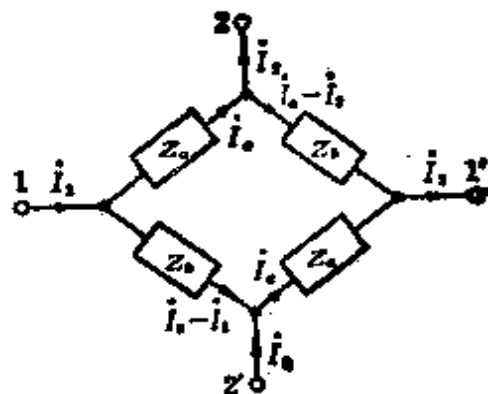


图 4.36

[解答] 用图 4.36 代替图 4.35。由图 4.36 得

$$Z_a \dot{I}_a + \dot{U}_2 = (\dot{I}_a - \dot{I}_2) Z_b,$$

所以

$$\dot{I}_a = \frac{-(\dot{U}_2 + Z_b \dot{I}_2)}{Z_a - Z_b}$$

在这里, 由式 (4.32)

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + 2Z_a \dot{I}_a = \dot{U}_2 - 2Z_a \left(\frac{\dot{U}_2 + Z_b \dot{I}_2}{Z_a - Z_b} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{Z_a + Z_b}{Z_b - Z_a} \right) \dot{U}_2 + \left(\frac{2Z_a Z_b}{Z_b - Z_a} \right) \dot{I}_2 \\
 \dot{I}_1 &= 2\dot{I}_a - \dot{I}_2 = 2 \left[\frac{-(\dot{U}_2 + Z_b \dot{I}_2)}{Z_a - Z_b} \right] - \dot{I}_2 \\
 &= \left(\frac{2}{Z_b - Z_a} \right) \dot{U}_2 + \left(\frac{Z_a + Z_b}{Z_b - Z_a} \right) \dot{I}_2
 \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{Z_a + Z_b}{Z_b - Z_a}, & B &= \frac{2Z_a Z_b}{Z_b - Z_a}, & C &= \frac{2}{Z_b - Z_a}, \\
 D &= \frac{Z_a + Z_b}{Z_b - Z_a}
 \end{aligned}$$

4.8 对称分量法

对称分量法一般被应用于不平衡三相电路的接地及短路事故的复杂计算。现在,设不平衡三相电路的电流是 I_a 、 I_b 、 I_c , 把 I_a 定为基准矢量, 它的相序是 $a \rightarrow b \rightarrow c$, 则下面的三个对称矢量能够分别给予考虑。

$$\left. \begin{aligned}
 I_0 &= \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) \\
 I_1 &= \frac{1}{3}(I_a + aI_b + a^2I_c) \\
 I_2 &= \frac{1}{3}(I_a + a^2I_b + aI_c)
 \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

这里, 把 I_0 叫做零序分量电流, I_1 叫做正序分量电流, I_2 叫做负序分量电流。

由式(4.34), 得 I_a 、 I_b 、 I_c 分别为

$$\left. \begin{aligned} I_a &= (I_0 + I_1 + I_2) \\ I_b &= (I_0 + a^2 I_1 + a I_2) \\ I_c &= (I_0 + a I_1 + a^2 I_2) \end{aligned} \right\} \quad (4.35)$$

其中, a 为矢量算子, 它具有使矢量的相位超前 $\frac{2\pi}{3}$ rad 的作用,

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$a^3 = 1, \quad a^4 = a, \quad 1 + a + a^2 = 0$$

与此相近, 用图表示成图 4.37 那样。这样 I_a, I_b, I_c 可表示成三个对称分矢量的和。另外, 电压也同样可以分解, 它的变换式也与电流的相同。

下面讨论星形连接的三相发电机的情况, 设各相的电动势是 $\dot{E}_a, \dot{E}_b, \dot{E}_c$, 对应于各相的中点对端点的电位是 $\dot{V}_a, \dot{V}_b, \dot{V}_c$, 各相的内部电压降是 $\dot{u}_a, \dot{u}_b, \dot{u}_c$, 零序、正序、负序的各阻抗是 Z_0, Z_1, Z_2 , 则

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_a &= \dot{E}_a - \dot{u}_a \\ \dot{V}_b &= \dot{E}_b - \dot{u}_b \\ \dot{V}_c &= \dot{E}_c - \dot{u}_c \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \dot{u}_a &= (Z_0 I_0 + Z_1 I_1 + Z_2 I_2) \\ \dot{u}_b &= (Z_0 I_0 + a^2 Z_1 I_1 + a Z_2 I_2) \\ \dot{u}_c &= (Z_0 I_0 + a Z_1 I_1 + a^2 Z_2 I_2) \end{aligned} \right\} \quad (4.36)$$

这里设电动势的对称分量为 $\dot{E}_0, \dot{E}_1, \dot{E}_2$, 端点电位的对称分量为 $\dot{V}_0, \dot{V}_1, \dot{V}_2$, 则

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_0 &= \frac{1}{3}(\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c) \\ \dot{E}_1 &= \frac{1}{3}(\dot{E}_a + a\dot{E}_b + a^2\dot{E}_c) \\ \dot{E}_2 &= \frac{1}{3}(\dot{E}_a + a^2\dot{E}_b + a\dot{E}_c) \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \dot{V}_0 &= \frac{1}{3}(\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c) \\ \dot{V}_1 &= \frac{1}{3}(\dot{V}_a + a\dot{V}_b + a^2\dot{V}_c) \\ \dot{V}_2 &= \frac{1}{3}(\dot{V}_a + a^2\dot{V}_b + a\dot{V}_c) \end{aligned} \right\} \quad (4.37)$$

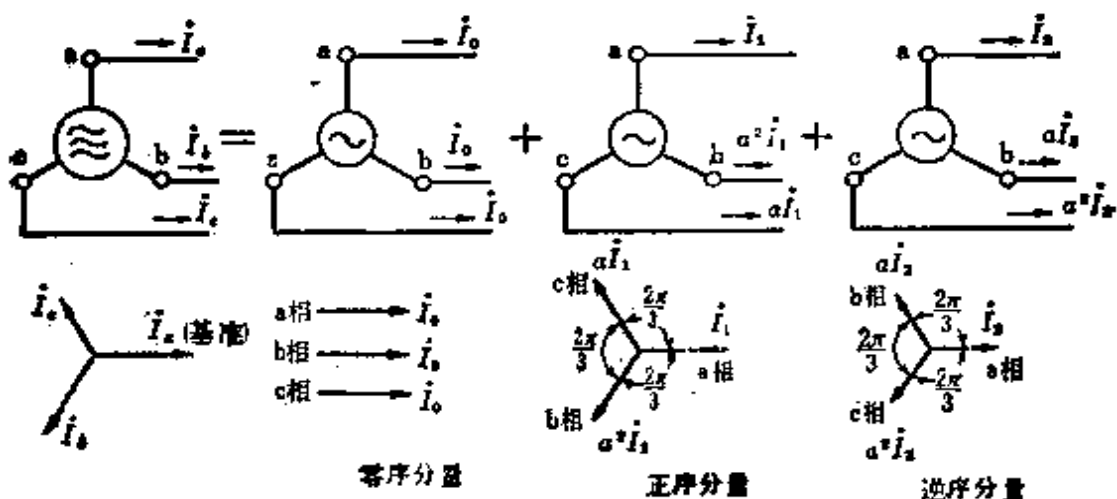


图 4.37

一般情况,电动势是三相平衡的,因此 $\dot{E}_0 = 0$, $\dot{E}_1 = \dot{E}_a$, $\dot{E}_2 = 0$,由式(4.36)、式(4.37)的关系

$$\dot{V}_0 = -Z_0 \dot{I}_0, \quad \dot{V}_1 = \dot{E}_a - Z_1 \dot{I}_1, \quad \dot{V}_2 = -Z_2 \dot{I}_2 \quad (4.38)$$

把式(4.38)叫做三相发电机的基本公式, Z_0 、 Z_1 、 Z_2 、 \dot{E}_a 为已知数,不论是什么样的不平衡场合也能够进行计算。

〔例题1〕 当三相电路的电流是 $I_a = 14.8 - j8.0$, $I_b = -20.4 - j18.2$, $I_c = 20.4 + j26.2$ 的时候,求对称分量电流 I_0 、 I_1 、 I_2 。

〔解答〕 由式(4.34)

$$I_0 = \frac{1}{3} [(14.8 - j8.0) + (-20.4 - j18.2) + (20.4 + j26.2)]$$

$$= \frac{1}{3} \times 14.8 = 4.93$$

$$I_1 = \frac{1}{3} [(14.8 - j8.0) + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-20.4 - j18.2) + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(20.4 + j26.2)]$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{3}(53.25 - j47.34) = 17.8 - j15.8 \\
 \dot{I}_2 &= \frac{1}{3}[(14.8 - j8.0) + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-20.4 - j18.2) \\
 &\quad + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(20.4 + j26.2)] \\
 &= \frac{1}{3}(-23.69 + j23.34) = -7.90 + j7.78
 \end{aligned}$$

[例题 2] 对应于各相的中点，端点电位为 $\dot{V}_a = 100/30^\circ$ ， $\dot{V}_b = 115/-60^\circ$ ， $\dot{V}_c = 115/150^\circ$ 时，求端点电位的对称分量 \dot{V}_0 、 \dot{V}_1 、 \dot{V}_2 。

[解答] 因为变换式和电流的相同，所以用式(4.37)得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_a &= 100/30^\circ = 100(\cos 30^\circ + j\sin 30^\circ) = 100\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) \\
 \dot{V}_b &= 115/-60^\circ = 115(\cos 60^\circ - j\sin 60^\circ) = 115\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\
 \dot{V}_c &= 115/150^\circ = 115(\cos 150^\circ + j\sin 150^\circ) \\
 &= 115\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right)
 \end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_0 &= \frac{1}{3}(\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c) \\
 &= \frac{1}{3}\left[100\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right) + 115\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 115\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right)\right] \\
 &= \frac{1}{3}(44.5 + j7.91) = 14.8 + j2.64
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \frac{1}{3} (\dot{V}_a + a\dot{V}_b + a^2\dot{V}_c) = \frac{1}{3} \left[100 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) \right. \\ &\quad + 115 \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &\quad \left. + 115 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) \right] \\ &= \frac{1}{3} (243.7 + j207.1) = 81.2 + j69.0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 &= \frac{1}{3} (\dot{V}_a + a^2\dot{V}_b + a\dot{V}_c) = \frac{1}{3} \left[100 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) \right. \\ &\quad + 115 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &\quad \left. + 115 \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2} \right) \right] \\ &= \frac{1}{3} (-28.5 - j65.0) = -9.5 - j21.7\end{aligned}$$

5. 电 测 量

5.1 测量误差和校正

(1) 误差 在使用仪器对各种量进行测量时, 如果测量值是 M , 实际值是 T , 则这个百分比误差(误差系数) e 为

$$e = \frac{M - T}{T} \times 100\% \quad (5.1)$$

(2) 校正 在对仪器进行校正时, 如果测量值是 M , 实际值是 T , 则百分比校正(校正系数) α 为

$$\alpha = \frac{T - M}{M} \times 100\% \quad (5.2)$$

〈参考〉仪器的等级和相对应的最大标度的允许误差

0.2 级 $\pm 0.2\%$ 以下, 0.5 级 $\pm 0.5\%$ 以下

1.0 级 $\pm 1.0\%$ 以下, 1.5 级 $\pm 1.5\%$ 以下

2.5 级 $\pm 2.5\%$ 以下。

〔例题 1〕 当使用电压表及功率表(瓦特计) 测量一个线圈的电阻时, 如果电压表的校正系数是 $+2\%$, 功率表的校正系数是 -1.5% , 问对于电阻值应该采用的校正系数是百分之几? 其中, 仪器的损耗可以忽略不计。

〔解答〕 设电压表、功率表各自的读数分别是 U 、 P , 线圈的电阻是 R , 而 $R = \frac{U^2}{P} (\Omega)$ 。另外, 线圈电阻的实际值 R_T

可由式(5.2)来求, 要用到 $T = M \left(1 + \frac{\alpha}{100} \right)$

$$R_T = \frac{U_T^2}{P_T} = \frac{U^2 \left(1 + \frac{2}{100}\right)^2}{P \left(1 - \frac{1.5}{100}\right)} = R \times 1.0562 [\Omega]$$

因此,对电阻值应该采用的校正系数 α 可由式(5.2)来求

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{T - M}{M} \times 100 = \frac{R \times 1.0562 - R}{R} \times 100 \\ &= (1.0562 - 1) \times 100 = 5.62\% \end{aligned}$$

[例题 2] 一只 100V、10A 的单相交流功率表,当它在额定电压、额定电流及功率因数是 0.5 的场合下进行实验的时候,圆盘旋转 20 圈需 57s 的时间。在这种场合下误差是百分之几?其中,仪表常数是 $1\text{kW}\cdot\text{h}=2400\text{r}$ 。

[解答] 设功率表的圆盘每旋转一圈需要的电功率是 w [W·s],则

$$w = \frac{1000 \times 3600}{2400} = 1500\text{W}\cdot\text{s}$$

因此,在这种场合功率表的测量值是 M , $M = 20 \times 1500 = 30000\text{W}\cdot\text{s}$, 而实际值是 T , $T = 100 \times 10 \times 0.5 \times 57 = 28500\text{W}\cdot\text{s}$ 。

所以,可由式(5.1)求误差系数 e

$$e = \frac{M - T}{T} \times 100 = \frac{30,000 - 28,500}{28,500} \times 100 = 5.26\%$$

5.2 扩大仪表的测量范围

为了扩大直流电压表、直流电流表以及静电电压表的测量范围,一般采用分流器和倍增器。对于电压测量多用仪用变换器。

[1] 分流器(图 5.1)

设分流器的电阻是 $R[\Omega]$, 电流表的内阻是 $r_a[\Omega]$, 分流器的放大倍数是 n , 则

$$I = \frac{r_a + R}{R} i = n i, \quad R = \frac{r_a}{n-1} \quad (5.3)$$

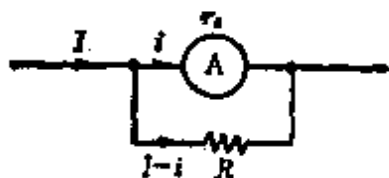


图 5.1

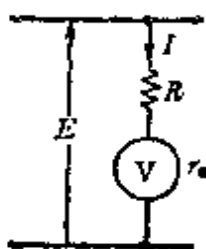


图 5.2

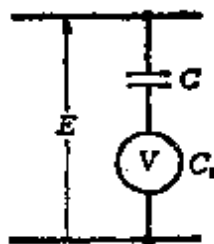


图 5.3

[2] 倍增器

(1) 在倍增器中串接电阻(如图 5.2)设倍增器的电阻是 $R[\Omega]$, 电压表的内电阻是 $r_u[\Omega]$, 倍增器的放大倍数是 n , 则

$$E = \left(1 + \frac{R}{r_u}\right) U = nU \quad (5.4)$$

$$R = (n-1)r_u \quad (5.5)$$

(2) 在倍增器中串接电容(如图 5.3), 设倍增器及静电电压表的静电电容分别为 $C, C_u[F]$, 倍增器的放大倍数为 n , 则

$$E = \left(1 + \frac{C_u}{C}\right) U = nU \quad (5.6)$$

$$C = \frac{C_u}{n-1} \quad (5.7)$$

[3] 仪表用变换器

仪表用变换器, 高压线路电流的测量用变流器(CT), 而

高压的测量用仪表用变压器(PT)

(1) 变流器(CT)(图 5.4)

$$I_1 \approx \frac{N_2}{N_1} I_2 = k_c I_2 \quad \left. \vphantom{I_1} \right\} \quad (5.8)$$

其中, k_c 是变流比

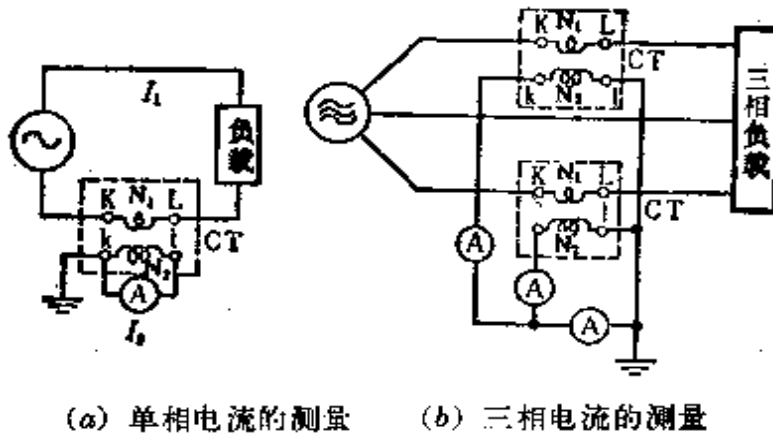


图 5.4

(2) 仪表用变压器(PT)(图 5.5)

$$U_1 \approx \frac{N_1}{N_2} U_2 = k_p U_2 \quad \left. \vphantom{U_1} \right\} \quad (5.9)$$

其中, k_p 是变压比

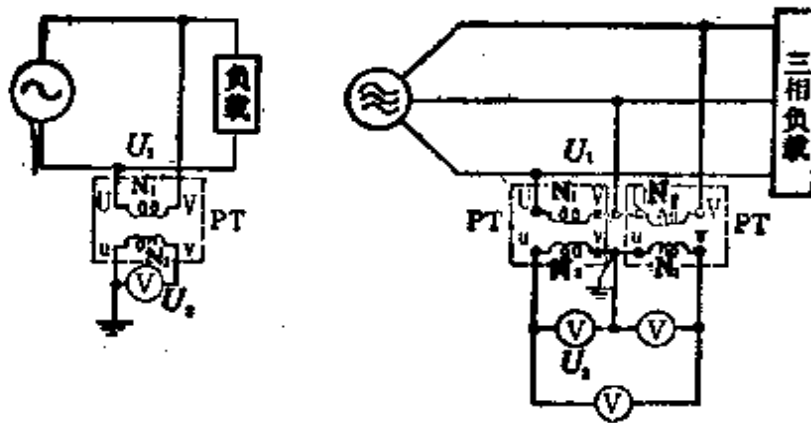


图 5.5

【例题 1】 在内电阻是 $45\text{m}\Omega$ 的电流表内附加一分流器。现在,为了要得到 10 倍的测量倍数,这个分流器的电阻应该是多少?

【解答】 由式(5.3)

$$R = \frac{r_a}{n-1} = \frac{45 \times 10^{-3}}{10-1} = 5 \times 10^{-3} \Omega = 5\text{m}\Omega$$

【例题 2】 有一只额定电流是 50mA , 线圈电阻是 20Ω 的电压表。要使这个电压表的最大标度(满刻度)是 150V , 倍增器的电阻应该是多少欧姆?

【解答】 因为线圈上能承受的电压是 $u = 50 \times 10^{-3} \times 20 = 1\text{V}$, 根据题意, $n = 150$, 因此, 使用式(5.5)

$$R = (n-1)r_a = (150-1) \times 20 = 149 \times 20 \\ = 2980\Omega = 2.98\text{k}\Omega$$

【例题 3】 静电电压和电容器串联连接, 在它的两端施加 2000V 的电压, 静电电压表上承受的电压是多少伏? 其中, 静电电压表的静电电容 C_1 和电容器的静电电容 C_2 的比值是 4。

【解答】 对于式(5.7)的 $C = \frac{C_u}{n-1}$, 在此可表示为 $C \rightarrow C_2, C_u \rightarrow C_1$ 和 $C_2 = \frac{C_1}{n-1}$, 而 $\frac{C_1}{C_2} = n-1 = 4$, 所以 $n = 5$ 。另外, 由式(5.6)的 $E = nU$, 可得

$$2000 = 5 \times E \quad \text{所以, } E = \frac{2000}{5} = 400\text{V}$$

【例题 4】 使用图 5.6(a) 那样的 $100:5$ 变流比的变流器来测量平衡三相电路的电流时, 电流表指示的读数是 1.73A 。

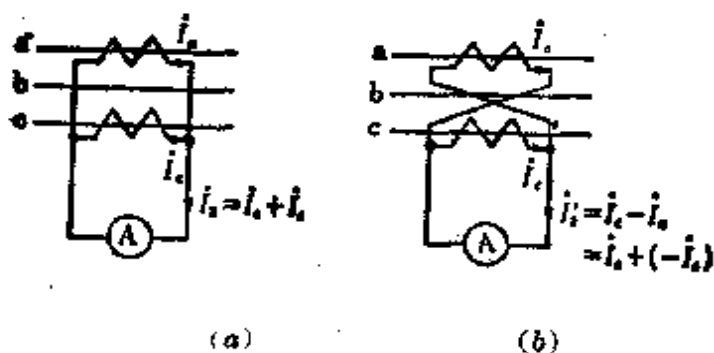


图 5.6

一次侧的电流应该是多少安?另外,如果把图 5.6(a) 变为图 5.6(b) 那样的连接时,电流表指示的读数又变成多少?

[解答] 因为变流比是 $100:5 = I_1:I_2$, 所以由式(5.8)得 $k_o = 20$, 在图 5.6(a) 的场合, 一次侧电流 $I_1 = k_o I_2 = 20 \times 1.73 = 34.6\text{A}$ [参照图 5.7(a)]. 在图 5.6(b) 的场合, 电流表的指示是 $I'_2 = \sqrt{3} I_2 = \sqrt{3} \times 1.73 = 3\text{A}$ [参照图 5.7(b)].

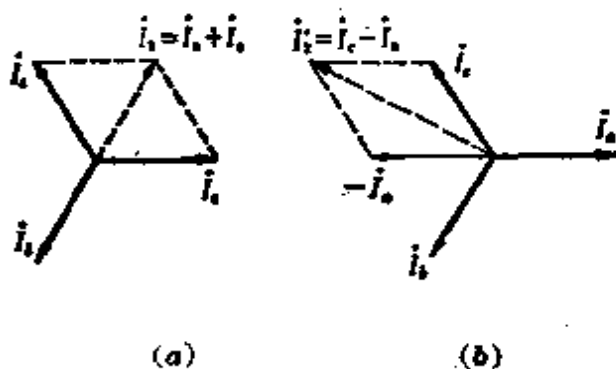


图 5.7

5.3 功率的测量

[1] 用功率表法测量功率

根据勃朗德尔定理, n 线制多相交流的总功率可用 $(n-1)$ 只功率表的代数和表示。

(1) 单相二线制 用一只功率表 W (图 5.8) 参照式 (3.30), W 的指示读数为 $P_1 = UI \cos \theta [W]$ 。

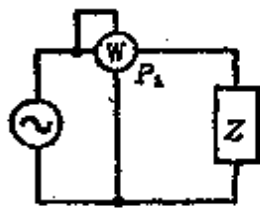


图 5.8

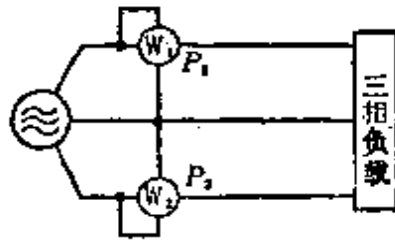


图 5.9

(2) 三相三线制 用两只功率表 W_1 、 W_2 (两功率表法) (图 5.9)。

设 W_1 、 W_2 的指示读数分别为 $P_1 [W]$ 、 $P_2 [W]$, 则总功率 $P [W]$ 为

$$P = P_1 + P_2 [W] \quad (5.10)$$

如果, 是三相平衡负载, 则有 $P = \sqrt{3} UI \cos \theta [W]$

[2] 用三电压表法 · 三电流表法则量功率

(1) 三电压表法 [图 5.10(a)] 用三只电压表 V_1 、 V_2 、 V_3 和电阻连接时求功率的方法。如果电压表所指示的读数分别是 U_1 、 U_2 、 $U_3 [V]$, 图 5.10(b) 的矢量可由余弦定理来表示,

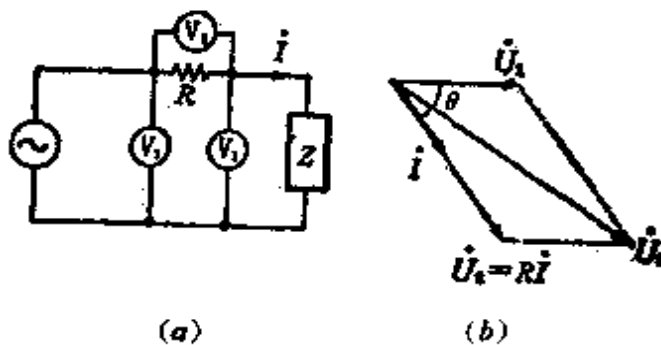


图 5.10

$$U_3^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2\cos\theta$$

另外,把 $U_2=RI, P=U_1I\cos\theta$ 代入式(5.11)并整理

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{1}{2R}(U_3^2 - U_1^2 - U_2^2) [\text{W}] \\ \text{由式(5.11)} \\ \cos\theta &= \frac{U_3^2 - U_1^2 - U_2^2}{2U_1U_2} \end{aligned} \right\} (5.12)$$

(2) 三电流表法[图 5.11(a)] 用三只电流表 A_1, A_2, A_3 和电阻连接求功率的方法。如果电流表所指示的读数分别是 I_1, I_2, I_3 [A], 图 5.11(b)的矢量可由余弦定理表示,

$$I_3^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos\theta \quad (5.13)$$

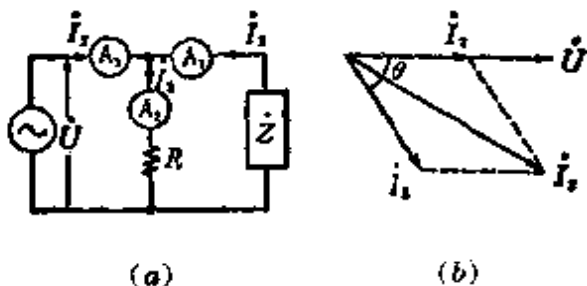


图 5.11

另外,把 $I_2 = \frac{U}{R}, P=UI_1\cos\theta$ 代入式(5.13)并整理

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{R}{2}(I_3^2 - I_1^2 - I_2^2) [\text{W}] \\ \text{由式(5.13)} \\ \cos\theta &= \frac{I_3^2 - I_1^2 - I_2^2}{2I_1I_2} \end{aligned} \right\} (5.14)$$

[例题 1] 在图 5.12 那样的电阻 R 和电抗 X 并联的电路中,接入交流电源时,各仪表的指示值如下: 电流表 A 的指示读数是 12.5A, 电压表 V 的指示读数是 300V, 功率表 W 的指

示读数是 2250W。在这种情况下求 R 及 X 的值。其中, 假设各仪表的损耗可以不考虑。

[解答] 功率表的指示读数是 2250W, 因为 $P_1 = \frac{U^2}{R}$ 所以
 $R = \frac{U^2}{P_1} = \frac{300^2}{2250} = 40\Omega$, 另外, 又由于 $P_1 = UI \cos\theta$, 则

$$\cos\theta = \frac{P_1}{UI} = \frac{2250}{300 \times 12.5} = 0.6$$

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - 0.6^2} = 0.8$$

$$\text{所以, } X = \frac{U}{I \sin\theta} = \frac{300}{12.5 \times 0.8} = 30\Omega$$

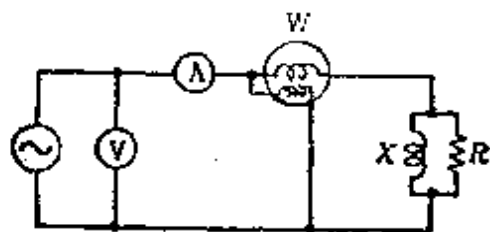


图 5.12

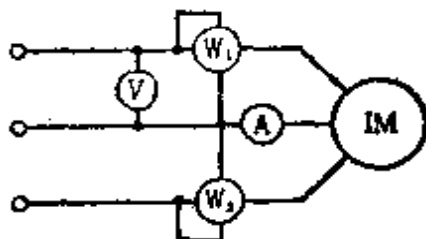


图 5.13

[例题 2] 在平衡三相交流电路中, 有一三相感应电动机在运行。对应于图 5.13, 功率表 W_1 、 W_2 各自指示的读数是 $P_1 = 5.9\text{kW}$, $P_2 = 2.4\text{kW}$, 电压表 V 指示的读数是 $U = 200\text{V}$, 电流表 A 指示的读数是 $I = 30\text{A}$ 时, 求这台感应电动机的功率因数是百分之几?

[解答] 由式(5.10)及式(4.5)

$$P = P_1 + P_2 = \sqrt{3} UI \cos\theta$$

$$\text{所以, } \cos\theta = \frac{P_1 + P_2}{\sqrt{3} UI} = \frac{(5.9 + 2.4) \times 10^3}{\sqrt{3} \times 200 \times 30} \\ = 0.799 \approx 0.8 = 80\%$$

5.4 电桥电路

电桥电路适用于在对 R 、 L 、 C 各种元件的值进行测量的场合。

[1] 直流电桥

(1) 惠斯登电桥 (图 5.14) 适当调整包含未知电阻 X 在内的四边 P 、 Q 、 R 、 X 值的时候, 把开关 S_1 、 S_2 先后闭合时使检流计 G 偏向指零。对于这样的平衡状态下式是成立的。

$$XQ = PR \quad (5.15)$$

这就是直流电桥的平衡条件。

〈注〉 测量范围是 $10^{-1} \sim 10^{-5} \Omega$ 。

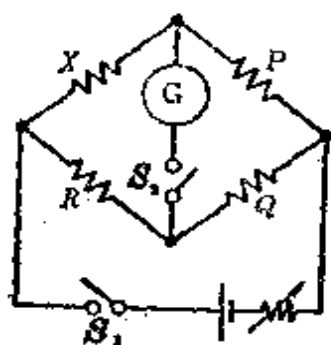


图 5.14

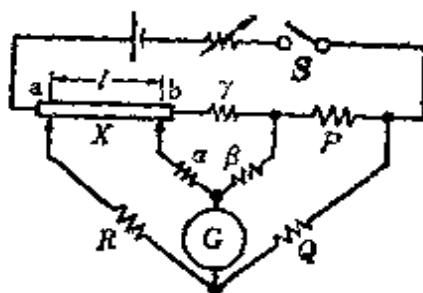


图 5.15

(2) 双电桥 (图 5.15) Q 、 R 、 β 、 α 是比例边, 设 P 为标准电阻, X 为未知电阻时, 平衡条件是

$$X = \frac{P}{Q} R + \frac{\beta\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \left(\frac{R}{Q} - \frac{\alpha}{\beta} \right) \quad (5.16)$$

现在, 这样进行调整, 使得 $\frac{P}{Q} = \frac{\alpha}{\beta}$, 则由此可求出 $X = \frac{P}{Q} R$ 。

〈注〉 测量范围 $10^{-4} \sim 10 \Omega$ 。

[2] 交流电桥

如图 5.16 所示,四边的阻抗分别为 Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 , 振荡器表示为 OSC, 受话器表示为 T 时,平衡条件与直流电桥的场合相同,可由下式来表示

$$Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4 \quad (5.17)$$

如设 $Z_1 = R_1 + jX_1, Z_2 = R_2 + jX_2, Z_3 = R_3 + jX_3, Z_4 = R_4 + jX_4$, 则

$$\left. \begin{aligned} R_1 R_3 - X_1 X_3 &= R_2 R_4 - X_2 X_4 \\ R_1 X_3 + R_3 X_1 &= R_2 X_4 + R_4 X_2 \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

〈注〉 如果等式两边的实部=实部,虚部=虚部时,对于复数的计算此等式仍然成立。

[例题 1] 用图 5.14 那样的惠斯登电桥求未知电阻。其中, $\frac{P}{Q} = 10, R = 2500\Omega$ 。

[解答] 由式(5.15)

$$X = \frac{P}{Q} R = 10 \times 2500 = 25000\Omega = 25 \text{ k}\Omega。$$

[例题 2] 如图 5.15 所示的双电桥,在求被测导体电阻率的时候,常常需要把 $\frac{R}{Q}$ 和 $\frac{\alpha}{\beta}$ 变成相等的相关联公式。

其中,测量时的 $\frac{P}{Q} = 3.88, R = 0.25 \times 10^{-3}\Omega$, 被测导体的直径 $D = 8.95\text{mm}$, 以及 a, b 间的距离 $l = 1\text{m}$ 。求导体的电阻率

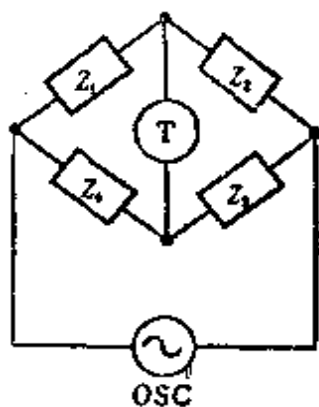


图 5.16

• 原书误为 $30000\Omega = 30\text{k}\Omega$ ——译者。

是多少?

[解答] 因为有 $\frac{R}{Q} = \frac{\alpha}{\beta}$, 所以式 (5.16) 的第二项变为零, 被测导体的电阻 $X[\Omega]$ 为

$$X = \frac{P}{Q} R = 3.88 \times 0.25 \times 10^{-3} = 0.97 \times 10^{-3} \Omega$$

这里, 导体的电阻率 ρ 为

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{X}{l} A = \frac{X}{l} \times \frac{\pi D^2}{4} \\ &= 0.97 \times 10^{-3} \times \frac{3.14 \times (8.95 \times 10^{-3})^2}{4} \\ &= 60.99 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} = 60.99 \times 10^{-8} \mu\Omega \cdot \text{m} \end{aligned}$$

6. 输电和配电

6.1 配电线路的电性质

对于配电线路可以用电阻、电感、静电电容及漏电导这四个电路常数的组合来表示,当配电线路的电压比较低,线路长度又比较短时,静电电容及漏电导的影响都较小,一般对它们均可忽略不计。

[1] 配电线路的电阻和电感

(1) 长度是 l [m] 的电线的电阻

$$R = \frac{r l}{1000} [\Omega] \quad (6.1)$$

其中, r 是每 1 km 电线的电阻 [Ω/km]

(2) 电线材料的电导率

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{l}{RA} = [\Omega^{-1} \cdot \text{m}/\text{mm}^2] \\ R &= \rho \frac{l}{A} = \frac{l}{\sigma A} [\Omega] \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

〈注〉一般情况下,对于配电线路,电导率 σ 的单位用 [$\Omega^{-1} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$]。计算时采用的值是标准软铜线取 58,硬铜线取 55,硬铝线取 35,钢线取 7。

(3) 电线的电感(参照表 6.1)

6.1 表所示都是各种规格的硬铜线(线间距离是 50 cm)每 1 km 的电感及电阻值。

* 原书长度记为 L 或 l ,为使全书统一,在此改为 l ,下同——译者。

表 6.1 配电网的线路常数示例

额定 截面积 [mm ²]	多根导 线构成	直 径 [mm]	电 感 [mH/km]	电抗[Ω/km]		电 阻 (Ω/km) (20°C)
				$x_{50}(50\text{Hz})$	$x_{60}(60\text{Hz})$	
100	29/2.6	(13.0)	0.9123	0.287	0.344	0.1791
80	19/2.3	(11.5)	0.9486	0.298	0.358	0.2297
60	19/2.0	(10.0)	0.9765	0.306	0.368	0.3037
50	19/1.8	(9.0)	0.9976	0.314	0.377	0.3788
38	7/2.6	(7.8)	1.0349	0.327	0.390	0.4840
30	7/2.3	(6.9)	1.0594	0.333	0.400	0.6135
22	7/2.0	(6.0)	1.0874	0.342	0.410	0.8178
14	7/1.6	(4.8)	1.1320	0.356	0.427	1.301
8	7/1.2	(3.6)	1.1895	0.373	0.448	2.314
5.5	7/1.0	(3.0)	1.2260	0.386	0.462	3.332
单根导线		7.0	1.043	0.328	0.394	0.3536
		6.0	1.074	0.338	0.406	0.6287
		5.0	1.111	0.349	0.419	0.9050
		4.0	1.155	0.363	0.436	1.414
		3.2	1.200	0.377	0.453	2.210
		2.6	1.242	0.390	0.468	3.348

[2] 直流配电线路的电压降

图 6.1 及以下各图所示都是单线图，把一根电线各处的电阻设为 $r_1[\Omega]$ 、 $r_2[\Omega]$ 、……。

(1) 直流二线制的单一负载(图 6.1)

$$u = U_s - U_r = 2r_1 I [\text{V}] \quad (6.3)$$

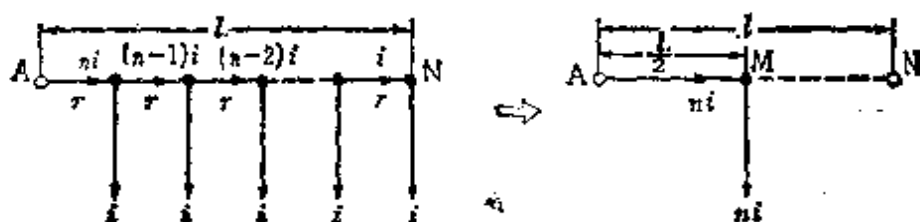


图 6.1

(2) 直流二线制的分布负载(图 6.2)

$$u = 2[r_1(i_1 + i_2 + i_3) + r_2(i_2 + i_3) + r_3 i_3] \text{ [V]} \quad (6.4)$$

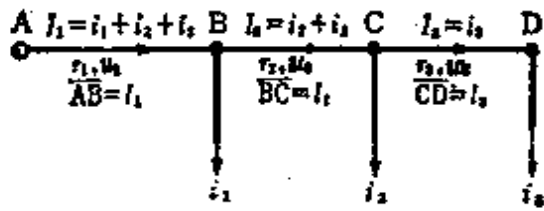


图 6.2

(3) 直流二线制的均匀负载(图 6.3)

$$\begin{aligned} u &= 2(ri + 2ri + 3ri + \dots + nri) \\ &= 2ri \times \frac{n(n+1)}{2} = 2 \times \frac{rn}{2} \times in \frac{n+1}{n} \end{aligned} \quad (6.5)$$

$n \gg 1$ 时, $u \approx 2r \times \frac{n}{2} \times in \text{ [V]}$

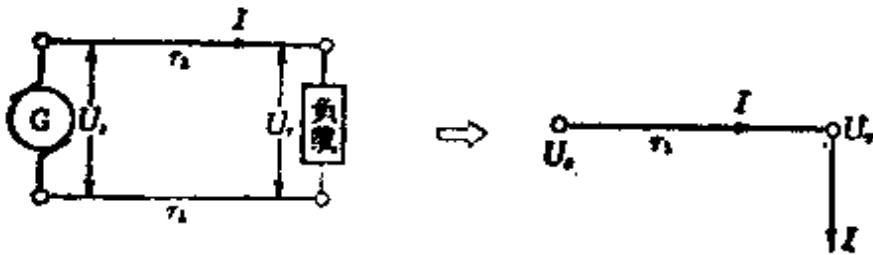


图 6.3

(4) 电线两端施加电压时的分布负载(图 6.4) 应用
基尔霍夫定律

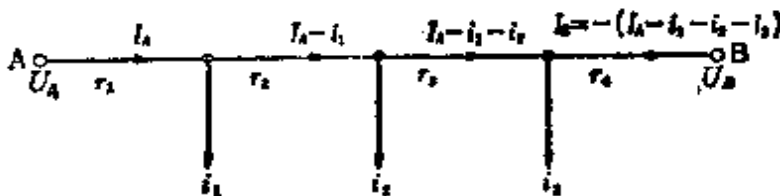


图 6.4

$$i_1 + i_2 + i_3 = I_A + I_B \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & 2r_1 I_A - 2r_2(I_A - i_1) + 2r_3(I_A - i_1 - i_2) - 2r_4 I_B \\ & = U_A - U_B \end{aligned} \quad (2)$$

由式(1)、式(2)

$$\left. \begin{aligned} I_A &= \frac{U_A - U_B}{2R} + \frac{2(r_2 + r_3 + r_4)}{2R} i_1 + \frac{2(r_3 + r_4)}{2R} i_2 \\ &+ \frac{2r_4}{2R} i_3 \text{ [A]} \\ I_B &= -(I_A - i_1 - i_2 - i_3) \\ \text{其中, } R &= r_1 + r_2 + r_3 + r_4 \text{ [\Omega]} \end{aligned} \right\} (6.6)$$

〈注〉在图 6.4 中 $U_A = U_B$ 的场合,适用于环形配电线路。

(5) 电压降落和电线的规格(粗细)

在末端是集中负载的场合,电线的横截面的面积是 A [mm²],由式(6.2)、式(6.3)

$$A = \frac{2l}{\sigma u} I \text{ [mm}^2\text{]} \quad \text{其中, } \sigma \text{ [\Omega}^{-1}\text{m/mm}^2\text{]} \quad (6.7)$$

分布负载的场合(图 6.5)

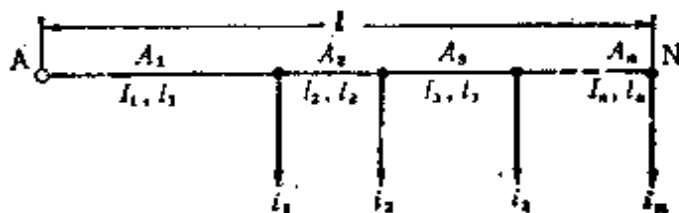


图 6.5

电线规格(粗细)相同时,

$$A = \frac{2}{\sigma u} (l_1 I_1 + l_2 I_2 + \dots + l_n I_n) = \frac{2}{\sigma u} \sum l I \text{ [mm}^2\text{]} \quad (6.8)$$

电流密度相同时,

$$A_1 = \frac{I_1}{\alpha}, A_2 = \frac{I_2}{\alpha}, \dots, A_n = \frac{I_n}{\alpha} [\text{A}] \quad (6.9)$$

其中, $\alpha = \frac{\sigma u}{2l} [\text{A}/\text{mm}^2]$, $l = l_1 + l_2 + \dots + l_n [\text{m}]$

[3] 交流配电线路的电压降落及电压降落系数(图 6.6)

考虑阻抗是零的中性线, 把由 1 根电线和中性线组成的电路叫做单相等效电路[图 6.6(c)], 由单相等效电路的矢量图(图 6.7), 可得电压降落 $u [\text{V}]$ 的近似值, 为

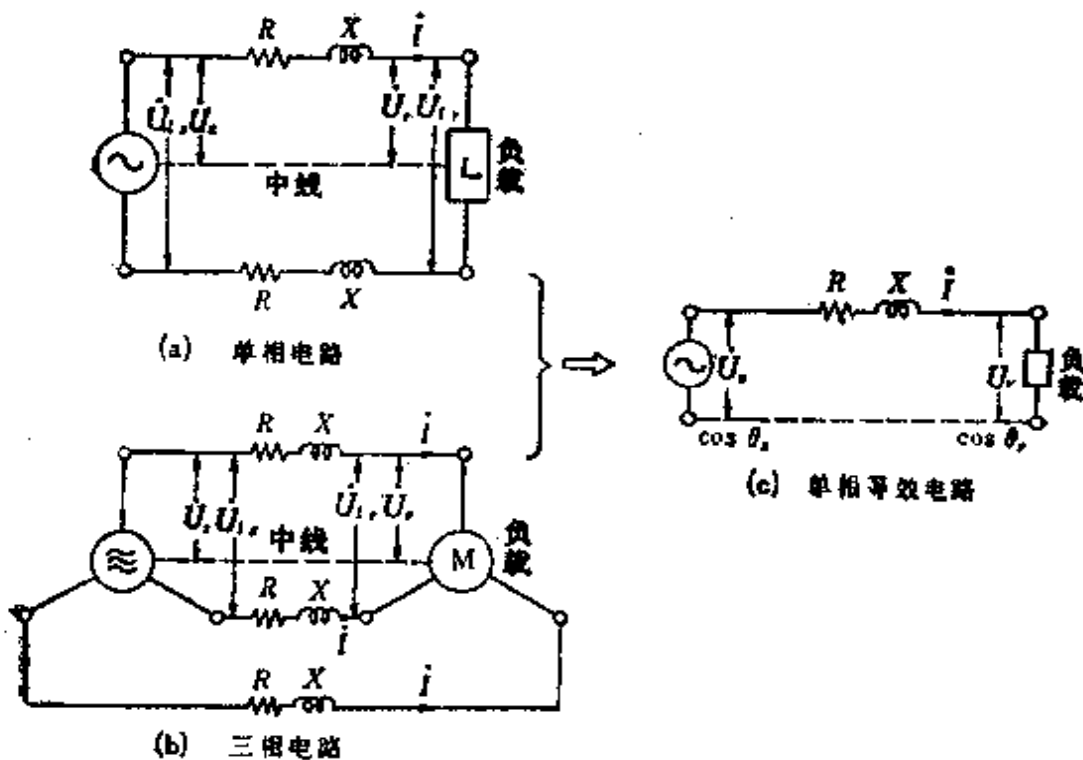


图 6.6

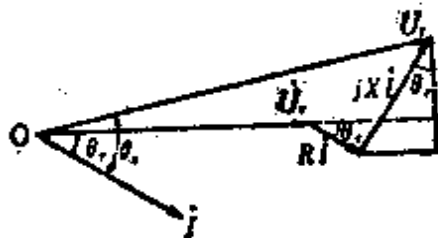


图 6.7

$$u \approx I(R \cos \theta_r + X \sin \theta_r) \text{ [V]} \quad (6.10)$$

(1) 交流末端是集中负载

如果是单相二线制,

就有
$$u = U_{1s} - U_{1r} = 2(U_s - U_r)$$

$$= 2I(R \cos \theta_r + X \sin \theta_r) \text{ [V]}$$

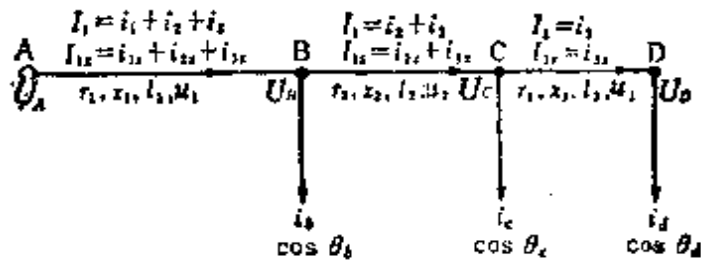
如果是三相三线制,

就有
$$u = U_{1s} - U_{1r} = \sqrt{3}(U_s - U_r)$$

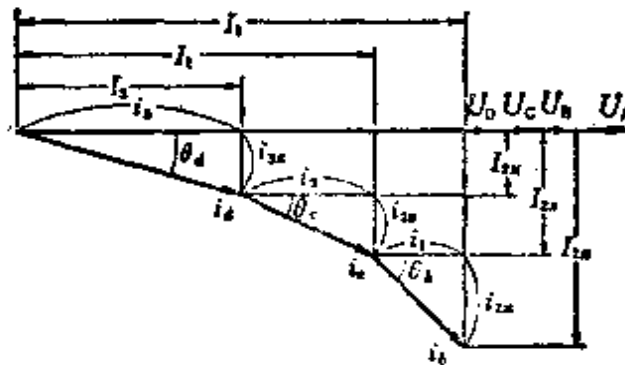
$$= \sqrt{3}I(R \cos \theta_r + X \sin \theta_r) \text{ [V]}$$

(6.11)

(2) 交流分布负载(图 6.8)



(a)



(b)

图 6.8

假设负载电流的有功分量是 i_1, i_2, i_3 , 无功分量是 $i_{1y},$

i_{2y}, i_{3y} , 线路AD间的全部电压降落是 u [V], 则

$$u = u_1 + u_2 + u_3$$

$$\begin{aligned}
 &= (r_1 I_1 + x_1 I_{1x}) + (r_2 I_2 + x_2 I_{2x}) + (r_3 I_3 + x_3 I_{3x}) \\
 &= (r_1 I_1 + r_2 I_2 + r_3 I_3) + (x_1 I_{1x} + x_2 I_{2x} + x_3 I_{3x}) \quad (6.12)
 \end{aligned}$$

〈注〉把 $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C, \dot{U}_D$ 作为同相来考虑。

(3) 电压降落系数 设电压降落系数是 ε [%], 则

如果是单相二线制,

$$\begin{aligned}
 \text{就有} \quad \varepsilon &= \frac{u}{U_{lr}} \times 100 = \frac{U_{ls} - U_{lr}}{U_{lr}} \times 100 \\
 &= \frac{2I}{U_{lr}} (R \cos \theta_r + X \sin \theta_r) \times 100 [\%]
 \end{aligned} \quad (6.13)$$

如果是三相三线制,

$$\begin{aligned}
 \text{就有} \quad \varepsilon &= \frac{u}{U_{lr}} \times 100 = \frac{U_{ls} - U_{lr}}{U_{lr}} \times 100 \\
 &= \frac{\sqrt{3}I}{U_{lr}} (R \cos \theta_r + X \sin \theta_r) \times 100 [\%]
 \end{aligned}$$

[4] 交流配电线路的功率损耗以及功率损耗系数

设输送的电功率是 P_s [W], 接受的电功率是 P_r [W], 受电端电压是 U_r [V], 负载的功率因数是 $\cos \theta_r$, 1 根电线的电阻是 R [Ω], 线电流是 I [A], 则功率损耗 p [W]。功率损耗系数 ε_r [%], 有

(1) 功率损耗

$$p = P_s - P_r = I^2 R = \left(\frac{P_r}{U_r \cos \theta_r} \right)^2 R [\text{W}] \quad (6.14)$$

如果是单相二线制,

$$\text{就有} \quad p = P_s - P_r = 2I^2 R = 2 \left(\frac{P_r}{U_r \cos \theta_r} \right)^2 R [\text{W}] \quad (6.15)$$

如果是三相三线制,

$$\text{就有} \quad p = P_s - P_r = 3I^2 R = 3 \left(\frac{P_r}{U_r \cos \theta_r} \right)^2 R [\text{W}]$$

(2) 功率损耗系数

$$e_p = \frac{P_s - P_r}{P_r} \times 100 [\%] \quad (6.16)$$

如果是单相二线制，

就有
$$e_p = \frac{P_s - P_r}{P_r} \times 100 = 2 \frac{I^2 R}{P_r} \times 100$$

$$= 2 \frac{P_r R}{U_r^2 \cos^2 \theta_r} \times 100 [\%]$$

如果是三相三线制，

就有
$$e_p = \frac{P_s - P_r}{P_r} \times 100 = 3 \frac{I^2 R}{P_r} \times 100$$

$$= 3 \frac{P_r R}{U_r^2 \cos^2 \theta_r} \times 100 [\%]$$

(6.17)

〈注〉 配电线路的功率损耗仅仅考虑它的电阻损耗。

〔例题 1〕 用横截面的面积是 38.48 mm^2 的硬铜线输送电功率，在距离供电点 120 m 处的某负载是 10 A ，在距离供电点 100 m 处的某负载是 5 A ，在距离供电点 50 m 处的某负载是 15 A ，计算采用直流二线制供电方式时的电压降落是多少？其中电导率 σ 是 $55 [\Omega^{-1} \cdot \text{m} / \text{mm}^2]$ 。

〔解答〕 因为是直流二线制分布负载，所以可用图 6.9 那样的单线图来表示。由式(6.4)，电压降落 $u [\text{V}]$ 为

$$u = 2[r_1(i_1 + i_2 + i_3) + r_2(i_2 + i_3) + r_3 i_3] [\text{V}]$$

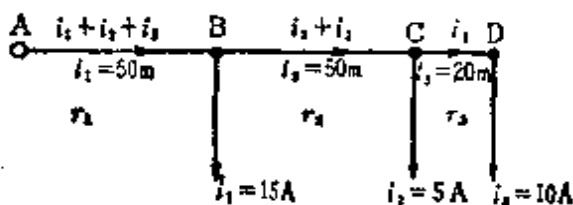


图 6.9

在这里,由式(6.2)可得

$$r_1 = \frac{l_1}{\sigma A}, r_2 = \frac{l_2}{\sigma A}, r_3 = \frac{l_3}{\sigma A}$$

$$\begin{aligned} \text{所以, } u &= \frac{2}{\sigma A} [l_1(i_1 + i_2 + i_3) + l_2(i_2 + i_3) + l_3 i_3] \\ &= \frac{2}{55 \times 38.48} [50(15 + 5 + 10) + 50(5 + 10) + 20 \times 10] \\ &\approx 2.32 \text{ V} \end{aligned}$$

[例题 2] 求从配电线的两端供给如图 6.10 场合的各负载点的电压是多少,其中,每 1 km 电线的电阻是 2.314Ω ,各供电点的电压是 105 V 和 102 V。

[解答] 图 6.10 可以用图 6.11 那样的单线图来表示。如果设图中线路 AC,线路 CD,线路 DB 之间每一段的电阻分别为 $r_1[\Omega]$ 、 $r_2[\Omega]$ 、 $r_3[\Omega]$, ($R = r_1 + r_2 + r_3[\Omega]$),那么

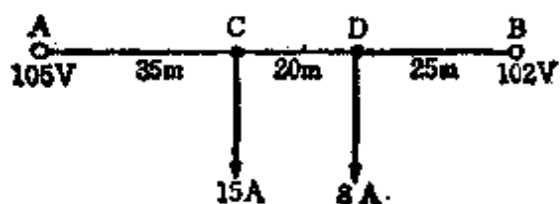


图 6.10

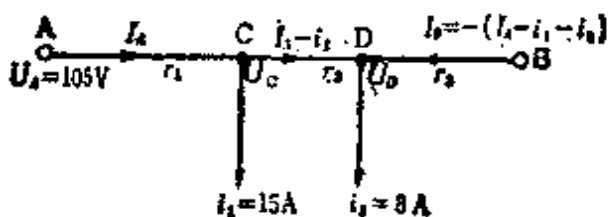


图 6.11

$$r_1 = \frac{35}{1000} \times 2.314 \approx 0.081 \Omega$$

$$r_2 = \frac{20}{1000} \times 2.314 \approx 0.0463 \Omega$$

$$r_3 = \frac{25}{1000} \times 2.314 \approx 0.0579 \Omega$$

使用式(6.6), 因此变为

$$\begin{aligned} I_A &= \frac{1}{2R} [(U_A - U_B) + 2(r_2 + r_3)i_1 + 2r_3i_2] \\ &= \frac{1}{2 \times 0.1852} [(105 - 102) + 2(0.0463 + 0.0579) \\ &\quad \times 15 + 2 \times 0.0579 \times 8] = 19.04 \text{ A} \end{aligned}$$

另外, $I_B = -(I_A - i_1 - i_2) = -(19.04 - 15 - 8) = 3.96 \text{ A}$

因此, C 点的电压 U_C [V] 为

$$U_C = U_A - 2r_1 I_A = 105 - 2 \times 0.081 \times 19.04 \approx 101.92 \text{ V}$$

D 点的电压 U_D [V] 为

$$U_D = U_B - 2r_3 I_B = 102 - 2 \times 0.0579 \times 3.96 \approx 101.54 \text{ V}$$

[例题 3] 直流二线制的配电线路, 进线长度是 30 m, 负载电流是 10 A 时, 求进线的电压降落在 0.5 V 以下时电线的最小直径是多少? 其中, 电线采用单根铜导线。

[解答] 这是在末端有集中负载的场合, 而且, 因为单根硬铜线的电导率 $\sigma = 55 [\Omega^{-1} \text{ m} / \text{mm}^2]$, 所以由式(6.7), 可得电线横截面的面积 A [mm²], 为

$$A = \frac{2l}{\sigma u} I = \frac{2 \times 30 \times 10}{55 \times 0.5} \approx 21.82 \text{ mm}^2$$

由 $A = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \pi$ [mm²], 可得电线的直径 D [mm], 为

$$D = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 21.82}{3.14}} = \sqrt{27.796} \approx 5.27 \text{ mm}$$

由电线表可知,选用直径 5.5 mm 的电线较好。

〔例题 4〕 在长 3 km 的三相配电线路的末端,现在接有功率是 1000 kW,滞后功率因数是 80% 的负载。负载端的线电压是 6000 V 时,求以下各值。(1) 供电端的线电压。(2) 配电线路的线路损耗。其中,每根配电线路的阻抗是 $0.32 + j0.45\Omega/\text{km}$ 。

〔解答〕 三相三线制交流线路的末端是集中负载的场合,可由图 6.12 那样的单相等效电路来表示。根据图中所示,可应用式(6.11)来求:

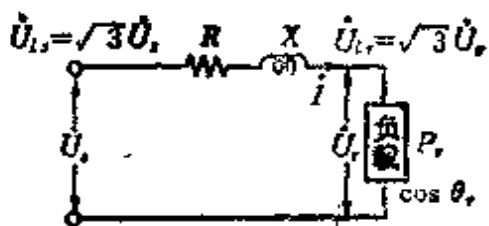


图 6.12

(1) 供电端的线电压 U_{l_s} [V]

$$U_{l_s} = U_{l_r} + u = U_{l_r} + \sqrt{3} I (R \cos \theta_r + X \sin \theta_r) \quad [\text{V}]$$

在这里,用负载功率 P_r [W] 来表示负载电流,因此

$$I = \frac{P_r}{\sqrt{3} U_{l_r} \cos \theta_r}$$

另外, $\sin \theta_r = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_r}$, 所以

$$\begin{aligned} U_{l_s} &= U_{l_r} + \sqrt{3} \times \frac{P_r}{\sqrt{3} U_{l_r} \cos \theta_r} (R \cos \theta_r + X \sqrt{1 - \cos^2 \theta_r}) \\ &= 6000 + \sqrt{3} \times \frac{1000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6000 \times 0.8} \\ &\quad \times (0.32 \times 3 \times 0.8 + 0.45 \times 3 \times 0.6) \\ &\approx 6329 \text{ V} \end{aligned}$$

(2) 配电线路的线路损耗为 p [kW], 因为线路损耗只考虑电阻损耗, 所以由式(6.15)

$$\begin{aligned}
 p &= 3I^2R \times 10^{-3} = 3 \left(\frac{P_r}{\sqrt{3}U_{lr} \cos \theta_r} \right)^2 R \times 10^{-3} \\
 &= 3 \left(\frac{1000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6000 \times 0.8} \right)^2 \times 0.32 \times 3 \times 10^{-3} \\
 &= 41.67 \text{ kW}
 \end{aligned}$$

6.2 单相三线制配电线路和均压器

[1] 单相三相制配电线路(图 6.13)

变压器的阻抗忽略不计, 设各配电线路的电压降落为 u_1 [V]、 u_2 [V]、 u_n [V], 其近似值可由式(6.10)表示

$$\left. \begin{aligned}
 u_1 &= I_1(r_1 \cos \theta_1 + x_1 \sin \theta_1) \\
 u_2 &= I_2(r_2 \cos \theta_2 + x_2 \sin \theta_2) \\
 u_n &= (I_1 - I_2)(r_n \cos \theta_n + x_n \sin \theta_n)
 \end{aligned} \right\} \quad (6.18)$$

在这里, 配电线路及负载的阻抗可以忽略不计。

$$\left. \begin{aligned}
 U_1 &= U_0 - u_1 - u_n = U_0 - r_1 I_1 - r_n (I_1 - I_2) \\
 U_2 &= U_0 - u_1 + u_n = U_0 - r_2 I_2 + r_n (I_1 - I_2)
 \end{aligned} \right\} \quad (6.19)$$

在式(6.19)中, 如果有 $r_1 = r_2 = r$, $I_1 = I_2$, 那么 $U_1 = U_2$; 如果 $I_1 \neq I_2$, 则 $U_1 \neq U_2$ 。

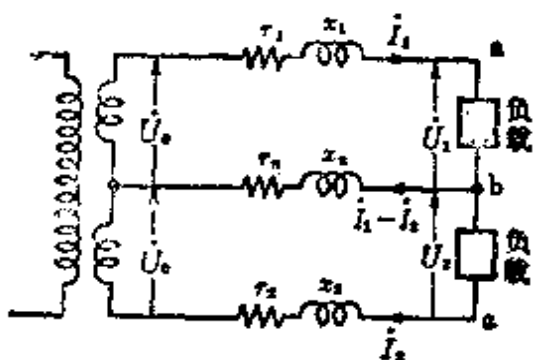


图 6.13

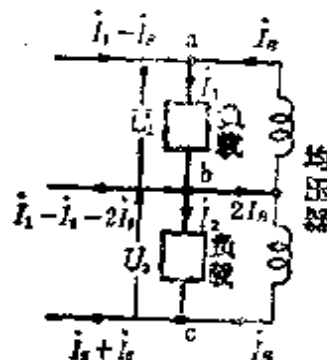


图 6.14

[2] 均压器(图 6.14)

把在同一铁心中匝数相等的两个线圈串联时的阻抗，与单相三线制的末端以及负载端连接时，就把这个阻抗叫做均压器。因为均压器的阻抗很大，所以与均压器连接的负载电流几乎不变。还有，磁动势有抵消电流 I_B 流动的倾向，由于这个电流 I_B 对于功率来说是从负载的高电压侧输送给低电压侧，起到使两负载电压相等的作用。考虑这个作用，把变压器的阻抗，配电线路以及负载的阻抗都忽略不计，在 $r_1 = r_2 = r$ 的情况下变为 $I_1 - I_2 - 2I_B = 0$ ，或者表示为

$$I_B = \frac{I_1 - I_2}{2}$$

因此，上侧外线的电流成为

$$I_1 - I_B = I_1 - \frac{I_1 - I_2}{2} = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

下侧外线的电流成为

$$I_2 + I_B = I_2 + \frac{I_1 - I_2}{2} = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

(6.20)

因为，两外线的电流相等，所以使电压降落和负载电压相等，即 $U_1 = U_2$ 。

[例题] 对于图 6.15，求位于均压器前、后的负载点 A、B 之间的电压 U_{AB} 以及 B、C 之间的电压 U_{BC} 。其中，线路阻

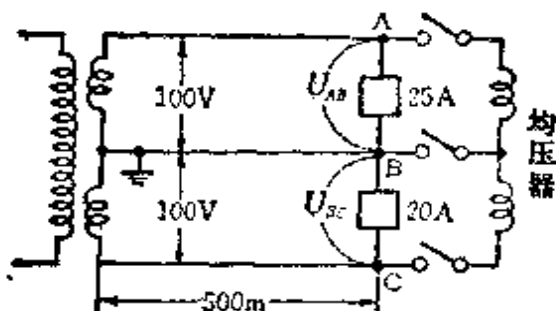


图 6.15

抗只包含电阻部分,其值是 $0.3 \Omega/\text{km}$ 。再有,变压器以及均压器的内部阻抗都忽略不计,另外,设负载电流是常数,负载的功率因数是 100% 。

[解答] (1) 在均压器的前面,流过的线电流象图 6.16 那样。另外,因为线路的电阻 $r[\Omega]$ 为 $r=0.3 \times \frac{50}{1000}=0.15 \Omega$, 所以由式(6.19)

$$U_{AB} = 100 - 0.15 \times 25 - 0.15 \times 5 = 95.5 \text{ V}$$

$$U_{BC} = 100 - 0.15 \times 20 - 0.15 \times 5 \approx 97.8 \text{ V}$$

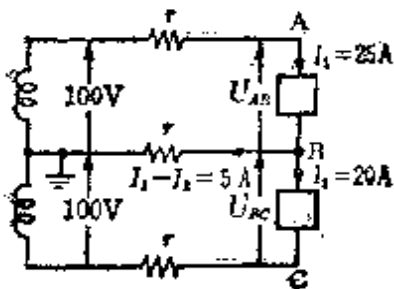


图 6.16

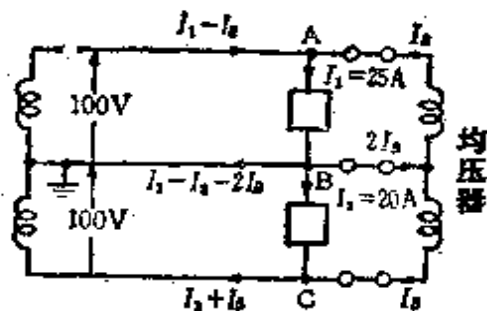


图 6.17

(2) 在均压器的后面,流过均压器的电流 I_B 象图 6.17 那样,大小相等方向相反,因为均压器的端钮 AB 之间, BC 之间的电压相等,成为 $U_{AB} = U_{BC}$ 。因此那时在中线上流过的电流变为零。

$$I_1 - I_2 - 2I_B = 0, 25 - 20 - 2I_B = 0, I_B = 2.5 \text{ A}$$

还有,端电压 U_{AB} [V] 为

$$U_{AB} = 100 - r(I_1 - I_B) - r(I_1 - I_2 - 2I_B)$$

此时,因有 $I_1 - I_2 - 2I_B = 0$, 所以 $U_{AB} = U_{BC}$

$$U_{AB} = U_{BC} = 100 - r(I_1 - I_B) = 100 - 0.15(25 - 2.5) \approx 96.6 \text{ V}$$

6.3 各种配电方式和所需要电线数量的比较

图 6.18 至图 6.21 所示的各种配电方式，现将其作一比较写成表 6.2 那样。这种场合下的负载功率 P [W]，负载端电压 U [V]，输配电距离 l [m]，线路损耗 p [W]，电线的电导率 σ [$\Omega^{-1}\text{m}/\text{mm}^2$] 等，就各种方式而言条件是相同的，即负载功率因数是 100%，负载为平衡负载。还有，对于各种方式，

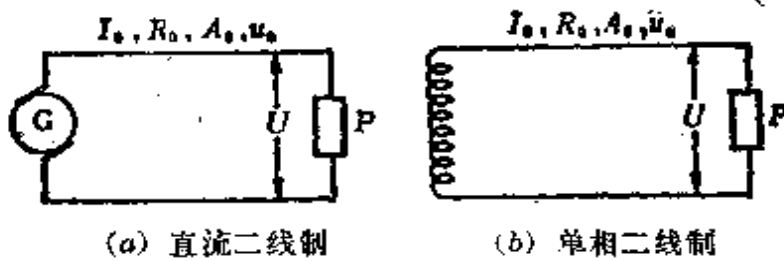


图 6.18 二线制

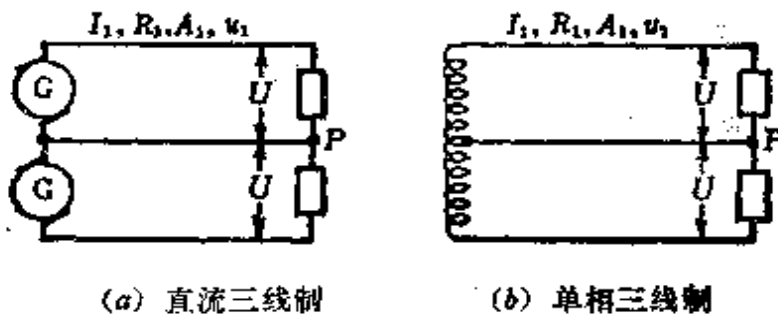


图 6.19 三线制

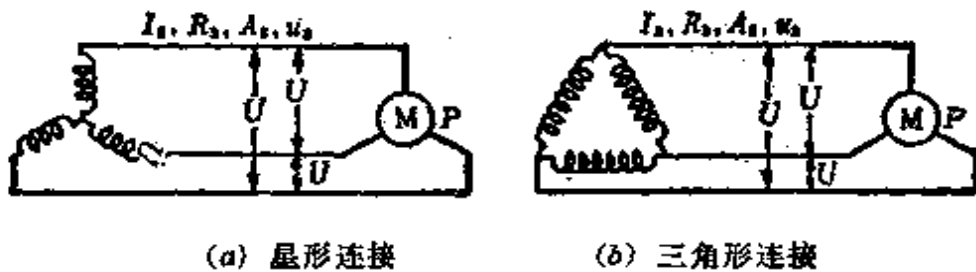


图 6.20 三相三线制

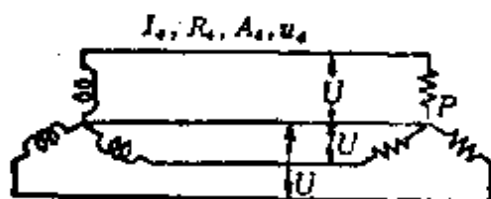


图 6.21 三相四线制

把各外线电流分别定为 I_0 [A]、 I_1 [A]、 I_3 [A]、 I_4 [A]，各外线的每一根线的电阻定为 R_0 [Ω]、 R_1 [Ω]、 R_3 [Ω]、 R_4 [Ω]，各外线的横截面的截面积分别定为 A_0 [mm²]、 A_1 [mm²]、 A_3 [mm²]、 A_4 [mm²]，各电线的总体积分别定为 v_0 [cm³]、 v_1 [cm³]、 v_3 [cm³]、 v_4 [cm³]。

〈注〉 电导率 σ 表示电流通过的容易程度。即

$$\sigma = \frac{1}{\rho} [\Omega^{-1} \cdot \text{m}/\text{mm}^2] \quad * \quad (\text{电阻率的倒数})$$

〔例题 1〕 在与上述所示相同的条件下，求单相二线制线路和三相三线制线路所需要电线数量的比？

〔解答〕 由表 6.2 中的 (1)、(3)

$$\frac{v_3}{v_0} = \frac{\frac{3}{2} A_0 l}{2 A_0 l} = \frac{3}{4} = 0.75 = 75\%$$

〔例题 2〕 在与上述所示相同的条件下，求单相二线制线路与单相三线制线路所需要电线数量的比？其中，单相三线制线路，中线的直径是外线的 50%。

〔解答〕 设单相三线制线路（中线直径是外线的 50%）的电线的总体积为 v_i [cm³]，则

• 原书误为 $\sigma = \frac{1}{\rho} [\Omega^{-1} \cdot \text{m}/\text{mm}_2]$ ——译者

表 6.2

配电方式	配电功率 [W]	线电流 [A]	功率损耗 [W]	一根电线的 截面积 [mm ²]	电线的总体积 [cm ³]	中线的线径 (相对于外线) [%]	电线总体积 的比例 [%]
(1) 直流二线城市 单相二线城市	$P = UI_0$		$p = 2I_0^2 R_0$ $= 2I_0^2 \frac{l}{\sigma A_0}$	A_0	$v_0 = 2A_0 l$		100
(2) 直流三线城市 单相三线城市	$P = 2UI_1^*$	$I_1 = \frac{I_0}{2}$	$p = 2I_1^2 R_1$ $= \frac{1}{2} I_0^2 \frac{l}{\sigma A_1}$	$A_1 = \frac{A_0}{4}$	$v_1 = 3A_1 l = \frac{3}{4} A_0 l$	100	37.5
						50	31.25
(3) 三相三线城市	$P = \sqrt{3} UI_3$	$I_3 = \frac{I_0}{\sqrt{3}}$	$p = 3I_3^2 R_3$ $= I_0^2 \frac{l}{\sigma A_3}$	$A_3 = \frac{A_0}{2}$	$v_3 = 3A_3 l = \frac{2}{3} A_0 l$		75
(4) 三相四线城市	$P = 3UI_4^*$	$I_4 = \frac{I_0}{3}$	$p = 3I_4^2 R_4^*$ $= \frac{1}{3} I_0^2 \frac{l}{\sigma A_4}$	$A_4 = \frac{A_0}{6}$	$v_4 = 4A_4 l = \frac{2}{3} A_0 l$	100	33.3
						50	29.2

*1 原书误为 $P = 2UI_0$

*2 原书误为 $P = 3UI_0$

*3 原书误为 $p = 3I_0^2 R_4$

$$v'_1 = \left(2A_1 + \frac{A_1}{2}\right)l = \frac{5}{2}A_1l$$

这里, 因为 $A_1 = \frac{A_0}{4}$, 所以

$$v'_1 = \frac{5}{8}A_0l, \frac{v'_1}{v_1} = \frac{\frac{5}{8}A_0l}{2A_0l} = \frac{5}{16} = 0.3125 = 31.25\%$$

6.4 拉线的强度计算(图 6.22)

因为被安装的拉线的水平张力作用点上, 需要经常保持水平张力 P 、拉线的张力 T 、支持物受到的压力 Q 这三个力的平衡, 所以在这三个力之间正弦定理是成立的, 可由下式表示为

$$\frac{P}{\sin\theta} = \frac{T}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\phi} \quad (6.21)$$

由式(6.21)

$$\left. \begin{array}{l} \text{拉线的张力} \quad T = \frac{\sin\alpha}{\sin\theta}P \\ \text{支撑物的压力} \quad Q = \frac{\sin\phi}{\sin\theta}P \end{array} \right\} \quad (6.22)$$

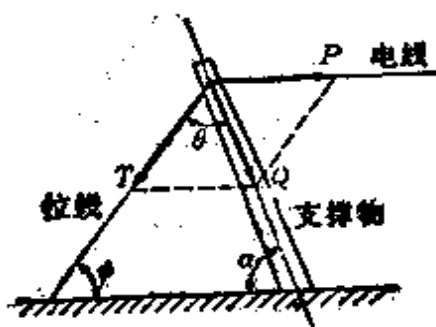


图 6.22 拉线上的力平衡

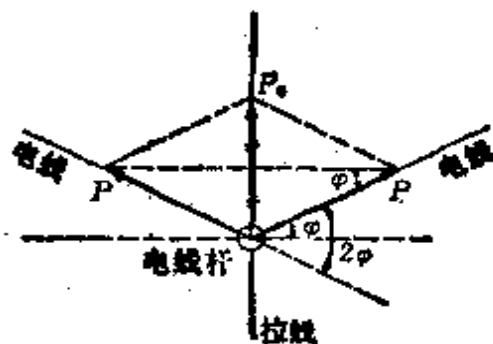


图 6.23

另外, 如果支撑物与地面垂直, 那么 $\alpha = 90^\circ$, $\sin\alpha = 1$

$$T = \frac{P}{\sin \theta} \quad (6.23)$$

其次,象图 6.23 那样,如果在两个方向上的水平张力 P 相等,那么合成的水平张力 P_0 为

$$P_0 = 2P \sin \varphi \quad (6.24)$$

[例题] 如果要支撑加在电线杆上的水平张力,采用图 6.24 那样的拉线。假设拉线是由 7 根直径 4 mm 的铁线构成,试计算出这里能够支撑的水平张力的最大值应为多少公斤?其中,拉线的安全系数是 2.5,铁线的张力强度是 $35\text{kg}/\text{mm}^2$ 。

[解答] 拉线的张力 T [kg] 为

$$T = \frac{35 \times \text{铁线横截面的面积}[\text{mm}^2]}{\text{安全系数}} \times \text{铁线根数}$$

$$= \frac{35 \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 \pi}{2.5} \times 7 = 1231 \text{ kg}$$

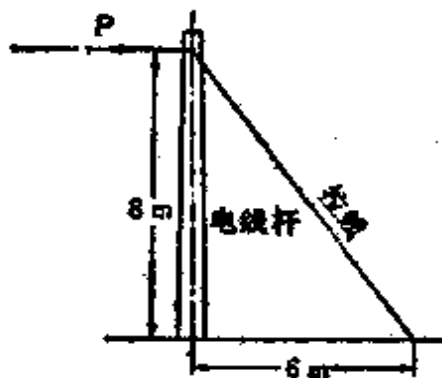


图 6.24

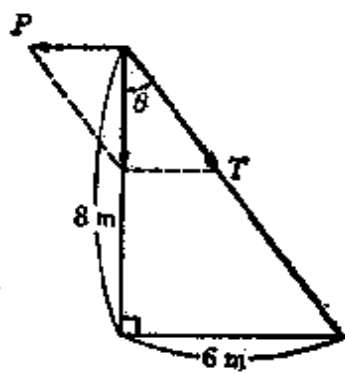


图 6.25

根据题意,如果支撑物与地面垂直,则变成图 6.25 所示那样, $\alpha=90^\circ$ 时, $\sin \alpha = 1$,可由式(6.23)求出水平张力 P [kg] 为

$$P = T \sin \theta = 1231 \times \frac{6}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 738.6 \text{ kg}。$$

6.5 用电(需要)设备和供电设备的关系

(1) 用电(需要)系数 在某段时间内需要用电的单位所需要的最大电功率[kW]和设备容量[kW]的比的百分数叫做用电系数。

$$\text{用电系数} = \frac{\text{需要的最大电功率[kW]}}{\text{设备容量[kW]}} \times 100[\%] \quad (6.25)$$

(2) 不等系数 每个用电单位需要的最大功率的总和,与考虑用电单位群体总的需要最大电功率的比值,把这个比例叫做不等系数。

$$\text{不等系数} = \frac{\text{各个负荷需要的最大电功率的总和[kW]}}{\text{群体负荷需要的总的最大电功率[kW]}} > 1 \quad (6.26)$$

(3) 负荷系数 在某段时间内,把平均需要的电功率[kW]和最大需要的电功率[kW]的比叫做负荷系数,一般以百分比表示。

$$\text{负荷系数} = \frac{\text{平均需要的电功率[kW]}}{\text{最大需要的电功率[kW]}} \times 100[\%] \quad (6.27)$$

〈注〉 负荷系数根据时间和季节可分日负荷系数、月负荷系数、年负荷系数。

(4) 决定配电变压器容量的方法

总的最大需要的电功率

$$= \text{各个用电单位设备容量的和} \times \frac{\text{需要系数}}{\text{不等系数}} \quad (6.28)$$

变压器的容量，最好是选择能够适应这个总的最大电功率需要的容量。

(5) 损耗系数 伴随着所需电功率的变化，线路上的功率损耗也做相应变化，在某段时间内的损耗系数可由下式来求。

$$\text{损耗系数} = \frac{\text{平均损耗的电功率}}{\text{最大负荷时损耗的电功率}} \quad (6.29)$$

〈注〉 配电线的损耗系数，通常被看作是在 0.3 的范围内。

〔例题 1〕 某工场的用电设备是 5 台 200 V、10 kW 的三相感应电动机，每日消耗的电能是 360 kW·h，日负荷系数 40%，求这个工场的用电系数是多少？

〔解答〕 由式(6.27)

$$\begin{aligned} \text{最大消耗的电能} &= \frac{\text{平均消耗的电能} \times 100}{\text{负荷系数}} \\ &= \frac{360 \times 100}{40} = 900 \text{ kW} \cdot \text{h} \end{aligned}$$

接着，应用式(6.25)

$$\text{用电系数} = \frac{\text{需要的最大电能}}{\text{设备容量} \times 24} \times 100 = \frac{900 \times 100}{10 \times 5 \times 24} = 75\%$$

〔例题 2〕 某变电所在它的供电区域内总安装负载容量是：电灯用电 600 kW，动力用电 800 kW。各用电单位的用电系数都是，电灯为 60%，动力为 80%，各用电单位之间的不等系数，电灯为 1.2，动力为 1.6。如果接于变电所的电灯负载和动力负载之间的不等系数为 1.4，试计算从这个变电所输出的最大功率是多少千瓦？其中，输电线路（包含电线杆上的变

压器)的功率损耗,占把电灯负载, 动力负载都包含在内的负载功率的 10%。

[解答] 由式(3.28)

$$\text{电灯总的最大需要的电功率} = 600 \times \frac{0.6}{1.2} = 300 \text{ kW} \quad (1)$$

$$\text{动力总的最大需要的电功率} = 800 \times \frac{0.8}{1.6} = 400 \text{ kW} \quad (2)$$

因为式(1)、式(2)两者的不等系数为 1.4,应用式(6.26)

$$\begin{aligned} & \text{全部负载的最大需要总电功率} \\ &= \frac{\text{各个负载的最大需要的电功率的总和}}{\text{不等系数}} \\ &= \frac{300 + 400}{1.4} = 500 \text{ kW} \end{aligned}$$

根据题意,因为配线路的功率损耗占全部负载功率的10%,因此变电所输出的最大功率 $P[\text{kW}]$ 为

$$P = 500 \left(1 + \frac{10}{100} \right) = 500 \times 1.1 = 550 \text{ kW}$$

6.6 用电力电容器改善功率因数

[1] 用补偿电容来改善具有一定功率的负载的功率因数(图 6.26)

假设在把功率为 $P[\text{kW}]$ 的负载的功率因数从 $\cos\theta_0$ 提高到 $\cos\theta$ 的场合,所需要的补偿电容的功率为 $P_c[\text{kvar}]$,则

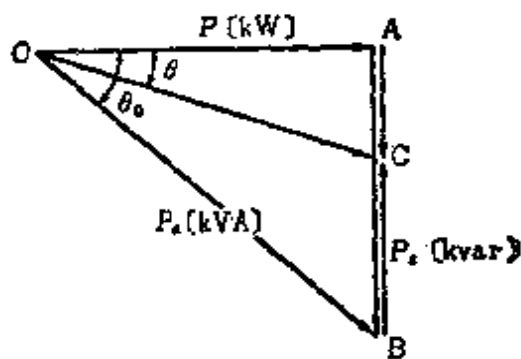


图 6.26 改善功率因数的功率矢量图

$$P_c = \overline{BC} = P(\tan\theta_0 - \tan\theta) \quad [\text{kvar}] \quad (6.30)$$

由式(6.30)

$$\begin{aligned} \frac{P_c}{P} &= \tan\theta_0 - \tan\theta \\ &= \sqrt{\frac{1}{\cos^2\theta_0} - 1} - \sqrt{\frac{1}{\cos^2\theta} - 1} \end{aligned} \quad (6.31)$$

另图,把式(6.31)用图来表示时则变成图 6.27 那样。

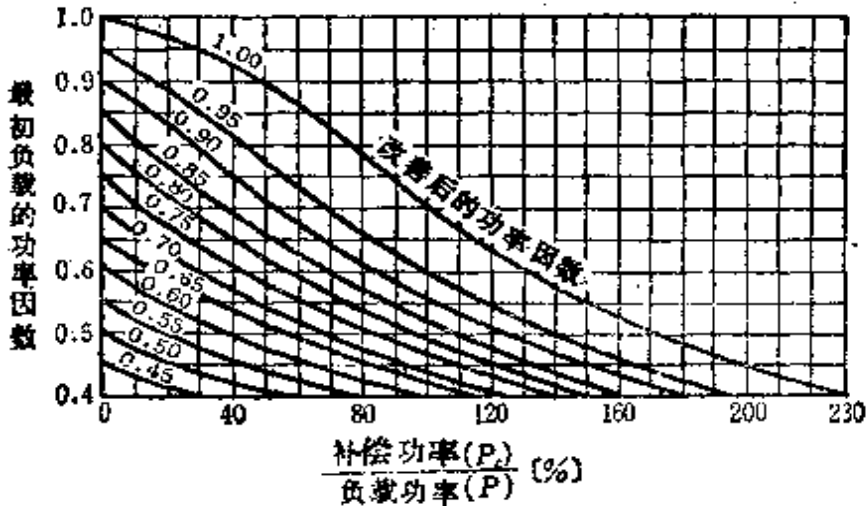


图 6.27 求用补偿电容改善功率因数的计算图

[2] 功率因数的改善和负载的增加(图 6.28)

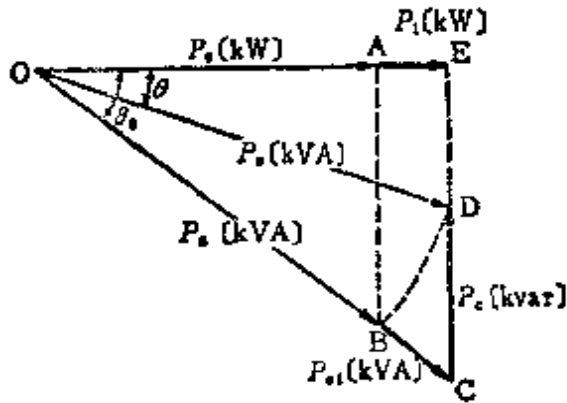


图 6.28 由于改善功率因数可使负载增加的功率矢量图

把负载增加的功率 P_{a1} [kV·A] 和补偿电容的功率为 P_c [kvar] 的电容器一同接入电路时,则合成的视在功率($P_a +$

P_{a1}) [kV·A]和变压器的额定输出 P_a [kV·A] 维持相等, 亦即功率因数的改善和负载的增加能够同步。因此, 从图 6.28 可得补偿电容的功率 P_c [kvar] 为

$$P_c = \overline{EC} - \overline{ED} = P_a (\cos\theta \tan\theta_0 - \sin\theta) \text{ [kvar]} \quad (6.32)$$

另外, 在这种情况下能够增加的新负载 P_{a1} [kV·A] (功率因数是 $\cos\theta_0$) 为

$$P_{a1} = \overline{OC} - \overline{OB} = P_a \left(\frac{\cos\theta}{\cos\theta_0} - 1 \right) \text{ [kV·A]} \quad (6.33)$$

[3] 电容器的补偿功率和静电电容

(1) 单相的场合 设电容器的静电电容是 C_1 [μF], 端电压是 U [V], 充电电流是 I_1 [A], 频率是 f [Hz], 则补偿电容的功率 P_{c1} [kvar] 为

$$\begin{aligned} P_{c1} &= UI_1 \times 10^{-3} = U \omega C_1 U \\ &= 2\pi f C_1 U^2 \times 10^{-9} \text{ [kvar]} \end{aligned} \quad (6.34)$$

$$C_1 = \frac{P_{c1}}{2\pi f U^2} \times 10^9 \text{ [\mu F]} \quad (6.35)$$

(2) 三相的场合 设电容器的三相总补偿电容的功率是 P_{c3} [kvar], 端电压是 U [V], 频率是 f [Hz], 则补偿电容的功率 P_{c3} [kvar] 为

Δ (三角形) 连接 各相的静电电容是 C_d [μF], 充电电流是 I_d [A],

$$P_{c3} = 3UI_d \times 10^{-3} = 3 \times 2\pi f C_d U^2 \times 10^{-9} \text{ [kvar]} \quad (6.36)$$

$$C_d = \frac{P_{c3}}{3 \times 2\pi f U^2} \times 10^9 \text{ [\mu F]} \quad (6.37)$$

Y (星形) 连接 各相的静电电容是 C_s [μF], 充电电流是 I_s [A],

$$P_{c3} = \sqrt{3} UI_s \times 10^{-3} = 2\pi f C_s U^2 \times 10^{-9} [\text{kvar}] \quad (6.38)$$

$$C_s = \frac{P_{c3}}{2\pi f U^2} \times 10^9 [\mu\text{F}] \quad (6.39)$$

〈参考〉 对应于电容器的三角形连接和星形连接，它们各相的静电电容的比变为 $\frac{C_d}{C_s} = \frac{1}{3}$ ，一般情况下都采用三角形连接(假设没有耐压问题)。

〔例题 1〕 某 10 kV·A 的三相三线制输配电线路，现在接有功率因数是 0.6(滞后)的负载。在这种场合，为了把功率因数提高到 0.9(滞后)，使用电容器来改善，问电容器的容量应该是多少千伏安？另外，那个电容器现在用三角形连接时，各相的静电电容是多少微法？其中，配电线路的线间电压是 6000 V，频率是 50 Hz。

〔解答〕 为了改善功率因数，设所需要的补偿电容的功率 P_c [kvar]，可由式(6.30)、式(6.31)来求

$$\begin{aligned} P_c &= P(\tan\theta_0 - \tan\theta) = P\left(\sqrt{\frac{1}{\cos^2\theta_0} - 1} - \sqrt{\frac{1}{\cos^2\theta} - 1}\right) \\ &= 10 \times 0.6 \left(\sqrt{\frac{1}{0.6^2} - 1} - \sqrt{\frac{1}{0.9^2} - 1}\right) \\ &= 6(\sqrt{1.778} - \sqrt{0.235}) \\ &= 6(1.333 - 0.485) = 6 \times 0.848 \approx 5.09 \text{ kvar} \end{aligned}$$

因此，电容器的容量选为 5.09 kV·A 是合适的。

其次，设电容器是三角形连接时各相的静电电容是 C_d ，由式(6.37)，则有

$$C_d = \frac{P_{c3}}{3 \times 2\pi f U^2} \times 10^9$$

$$= \frac{5.09 \times 10^3}{3 \times 2 \times 3.14 \times 50 \times 6000^2} \times 10^9 = 150 \mu\text{F}$$

[例题 2] 在三相三线制输电线路的受电端，有一电压是 6000 V、功率因数是 0.8(滞后)、功率是 520 kW 的负载。这个负载增加到 600 kW 而功率因数不变，为了维持受电端电压以及线路电流不变，在受电端将一电容器和负载并联连接。求这个时候电容器的容量是多少千伏安？

[解答] 因为受电端电压以及线路电流不变，所以把受电端电压作为基准矢量，用图 6.29 那样的功率矢量关系来描述。其中， $\cos\theta_0 = 0.8$ ，因为 $\overline{OB} \perp \overline{OD}$ ，如果求电容器的容量 P_c [kV·A]，则可以由矢量图和式(6.32)而得

$$\begin{aligned} P_c &= \overline{CD} - \overline{EC} - \overline{ED} = P_a(\cos\theta \tan\theta_0 - \sin\theta) \\ &= P_a \cos\theta \tan\theta_0 - P_a \sin\theta \end{aligned}$$

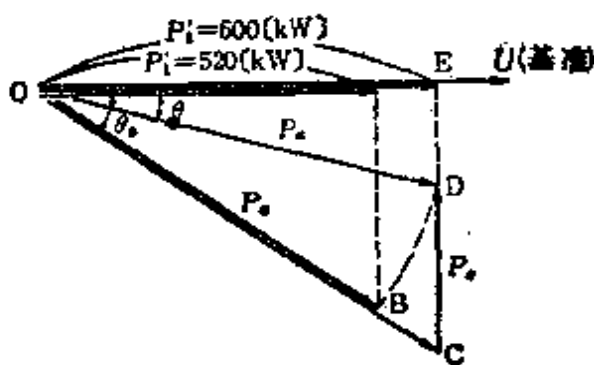


图 6.29

这里 $P_a \cos\theta = 600 \text{ kW}$

$$\tan\theta_0 = \frac{\sin\theta_0}{\cos\theta_0} = \frac{0.6}{0.8}, P_a = \frac{520}{0.8} \text{ kV} \cdot \text{A}$$

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \left(\frac{600}{520/0.8}\right)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{得} \quad P_o &= 600 \times \frac{0.6}{0.8} - \frac{520}{0.8} \times \sqrt{1 - \left(\frac{600}{520/0.8} \right)^2} \\ &= 450 - 250.3 = 199.7 \text{ kV} \cdot \text{A} \end{aligned}$$

6.7 输电线路的线路常数

输电线路，一般都用电阻、电感、静电电容、漏电导这四个线路常数的组合来表示，因为漏电导的影响很小，所以通常把它忽略掉。

[1] 电阻

电线的电阻，由它的材料以及线径等规格来决定，随着温度的变化而多少有些变化。一般都可由查表得到。

[2] 电感

线路的电感是由一根电线的自感 L_0 (电线作为去路，大地作为回路) 和线间的互感 M 组成，每一根电线的电感，就是说用产生影响的电感 L 来表示，并由下式计算。

(1) 单根导线的场合(图 6.30)

$$L = 0.4605 \log \frac{D}{r} + 0.05 \mu_s [\text{mH/km}] \quad (6.40)$$

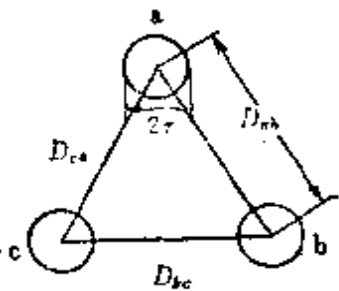


图 6.30

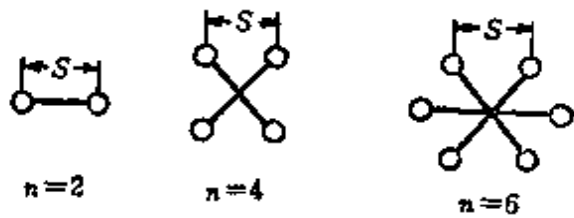


图 6.31

其中， D 为线间距离[m]， r 为电线的半径[m]， μ_s 为电

线的相对磁导率(铜、铝线 $\mu_s = 1$, 铁、钢线 $\mu_s = 100 \sim 140$), 现在需要注意线路的 $D = \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}}$ 。

(2) 多根导线的场合(图 6.31)

$$L_n = 0.4605 \log_{10} \frac{D}{r_e} + \frac{0.05}{n} \mu_s [\text{mH/km}] \quad (6.41)$$

其中, n 是每一相的导线数, r_e 是等效导线半径 [m], D 是一相导线间的几何平均距离, $r_e = [r_s^{(n-1)}]^{1/n}$ 。

〈注〉 三相三线制场合的 L 值大约取为 1.3 mH/km, 多根导线与单根导线相比 L 诚然要减少。

[3] 静电电容

对地静电电容 C_s 以及线间静电电容 C_m 的组合, 可用 1 根电线和中性线之间的静电电容, 就是说用产生影响的静电电容 C 来表示, 并由下式来计算。

单根导线的场合

$$C = \frac{0.02413}{\log_{10} \frac{D}{r}} [\mu\text{F/km}] \quad (6.42)$$

多根导线的场合

$$C_n = \frac{0.02413}{\log_{10} \frac{D}{r_e}} [\mu\text{F/km}] \quad (6.43)$$

其中, D, r, r_e 与电感的场合相同。

〈注〉 三相三线制场合的 C 值大约取为 0.009 $\mu\text{F/km}$, 多根导线与单根导线相比 C 诚然要增加。

【例题 1】 某三相单回路架空输电线采用半径 $r = 6 \text{ mm}$ 硬铜线, 各线之间的距离 $D = 2 \text{ m}$, 并采用正三角形的布置方

式,用式(6.40)、式(6.42)计算各线产生影响的电感及电容。

[解答] 因为 $D=2\text{ m}$, $r=6\times 10^{-3}\text{ m}$, $\mu_s=1$, 所以, 产生影响的电感

$$\begin{aligned} L &= 0.4605 \log_{10} \frac{D}{r} + 0.05 \mu_s \\ &= 0.4605 \log_{10} \frac{2}{6 \times 10^{-3}} + 0.05 \times 1 \\ &= 0.4605 \times 2.522 + 0.05 = 1.212 \text{ mH/km} \end{aligned}$$

产生影响的静电电容

$$C = \frac{0.02413}{\log_{10} \frac{D}{r}} = \frac{0.02413}{2.522} = 0.00957 \text{ } \mu\text{F/km}$$

[例题 2] 某三相三线制单回路输电线路长 100 km。把 bc 相接地, 测量的 a 相静电电容值是 $0.75 \text{ } \mu\text{F}$, 当把 3 根导线捆扎在一起时的静电电容值是 $1.569 \text{ } \mu\text{F}$ 。求对每 1 km 单根导线产生影响的静电电容。

[解答] 如果把 6.7 节中[3]的〈参考〉用图来表示, 这样一来就可以用图 6.32(a)、(b)、(c)来描述。因此, 假定对地静电电容是 C_s , 线间的静电电容是 C_m 的时候, 则每 1 km 单根导线产生影响的静电电容 $C[\text{ } \mu\text{F/km}]$ 为

$$C = \frac{0.02413}{\log_{10} \frac{D}{r}} = C_s + 3C_m [\text{ } \mu\text{F/km}]$$

① bc 相接地时[图 6.32(b)]

$$2C_m + C_s = 0.75 \times 10^{-2} \text{ } \mu\text{F/km} \quad (1)$$

② 3 根导线捆扎在一起时[图 6.32(c)]

$$3C_s = 1.569 \times 10^{-2} \text{ } \mu\text{F/km} \quad (2)$$

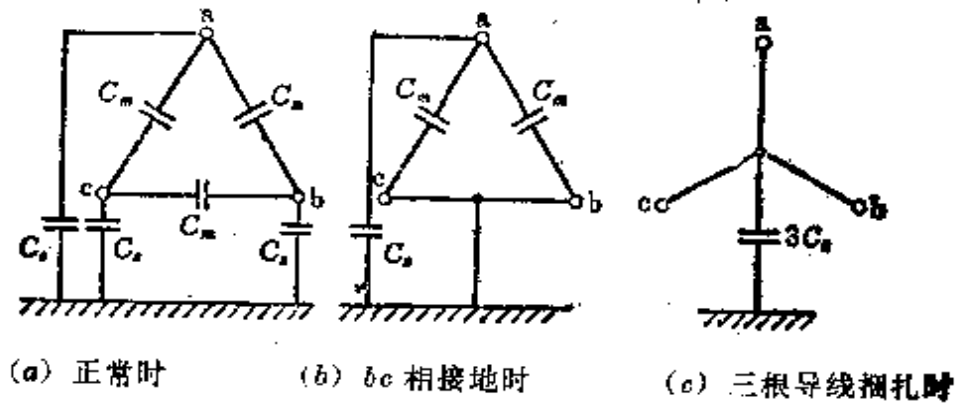


图 6.32

因此,由式(1)、式(2)

$$C_s = \frac{1.569}{3} \times 10^{-2} = 0.00523 \mu\text{F}/\text{km}$$

$$C_m = \frac{0.0075 - 0.00523}{2} = 0.00113 \mu\text{F}/\text{km}$$

从而,

$$\begin{aligned} C &= C_s + 3C_m = 0.00523 + 3 \times 0.00113 \\ &= 0.00862 \mu\text{F}/\text{km} \end{aligned}$$

7. 发电站和变电所

7.1 水力学基础

[1] 压力(静压)

如图 7.1 所示,设水的深度是 H [m], 底面积是 A [m²]. 每单位体积水的重量是 γ [kg/m³], 则作用在底面 AB 上每单位面积的平均压力 p [kg/m²] 为

$$p = \frac{P}{A} \gamma H \text{ [kg/m}^2\text{]} \quad (7.1)$$

其中, P [kg] 是作用在底面 AB 上的总压力。

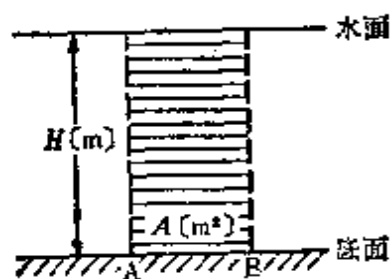


图 7.1

从式(7.1)看出,压力 p 与水的深度或者说与水的高度成正比,因此压力可用水的高度来表示。

<注>(1) 每单位体积水的重量 $\gamma = 1000$ [kg/m³]

<注>(2) 用气压来表示压力时

$$1 \text{ 标准气压 [atm]} = 760 \text{ [mm} \cdot \text{Hg]}$$

$$= 1.03323 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

$$= 10.33 \text{ [m} \cdot \text{Ag]}$$

$$1 \text{ 工程气压 [at]} = 735.52 \text{ [mm} \cdot \text{Hg]}$$

$$= 1 \text{ [kg/cm}^2\text{]} = 10 \text{ [m} \cdot \text{Ag]}$$

<注>(3) p_0 是把大气压作为绝对压力考虑, $p_0 = p_a + \gamma H$ [kg/m²]. 其中, p_a [kg/m²] 是大气压力, 把大气压作为校准压力 p 的基准, $p = \gamma H$ [kg/m²]

[2] 水流的连续性定理

如图7.2所示,水以稳恒流量流过面积分别是 A_1 [m^2]、 A_2 [m^2]的A点、B点,设平均流速分别是 v_1 [m/s]、 v_2 [m/s],则流量 Q [m^3/s]可写成

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = Q (\text{一定}) \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (7.2)$$

这就叫做水流的连续性定理。

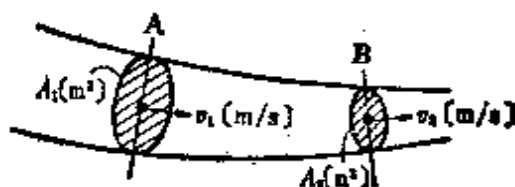


图 7.2

[3] 伯诺里定理

把流体的能量用长度的单位来表示叫做水头 (水位差)。如图7.3所示,稳恒流量不包含摩擦和其他损失,对于水路中任意的A、B处,位置水头(单位体积的水所具有的位能与水的高度成正比),压力水头(单位体积的水所具有的压力能量相当于水的高度,考照式[7.1]),速度水头(从水深是 H_0 [m]的点喷出的水的速度 v [m/s],因为位于水面的质量是 m [kg]的水的位能 $-mgH_0$ 和喷出的水的动能 $-\frac{1}{2}mv^2$ 相等,即 $H_0 = \frac{v^2}{2g}$ [m],所以用 H_0 表示动能)的各个值都在变化,如果设A点及B点的位置水头、压力水头、速度水头分别为 H_1 、 $\frac{p_1}{\gamma}$ 、 $\frac{v_1^2}{2g}$,以及 H_2 、 $\frac{p_2}{\gamma}$ 、 $\frac{v_2^2}{2g}$,则

$$H_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = H_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = H_0 (\text{恒定}) \quad (7.3)$$

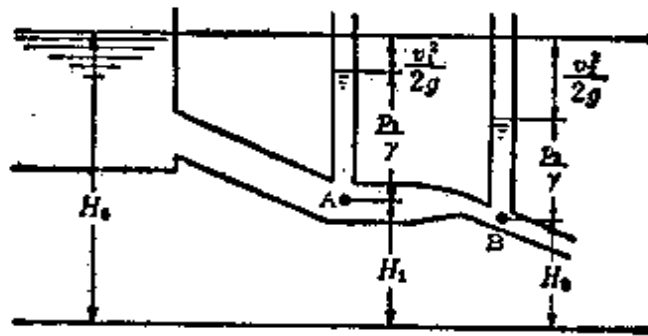


图 7.3

的关系成立。这就叫做伯诺里定理。设 H_0 是全部水头的和即全水头, 相当于水力发电站的总体落差。

[4] 摩擦水头损失

伯诺里定理只考虑没有损失的稳恒流体, 由于管壁的状态和粘滞性, 随着流体摩擦而产生能量损失。如果把这个因摩擦损失的能量用水头表示就叫做摩擦水头损失 (又称沿程损失或者叫摩擦损失落差)。设直线型管路的摩擦水头是 h [m], 则

$$h = \lambda \times \frac{l}{d} \times \frac{v^2}{2g} [\text{m}] \quad (7.4)$$

其中, d [m] 是管的内径, l [m] 是管的长度, v [m/s] 是线形管路中水的速度, λ 是由管内壁的状态所决定的常数 (铸铁管大约在 0.024~0.30 的范围内)。

[例题] 水深是 30m 的水压作用于水库的垂直壁上, 如果宽度是 50m, 那么水库受到的总压力是多少? 中心压力将影响到水库的哪一点?

[解答] 因为象图 7.4 那样, 可以理解为水库的垂直壁受到的总压力 P [kg] 为

$$P = \frac{\gamma H}{2} \times A = \frac{10^3 \times 30}{2} \times 30 \times 50$$

$$= 22500 \times 10^3 \text{ kg} = 22500 \text{ t}$$

把总压力用一个合力来置换时，其中压力的作用点，是位于图 7.4 的三角形 ABC 的重心 G 所通过的水平直线上的 F 点，也就是 $\overline{FC} = \frac{1}{3} \overline{AC}$ 的点上。

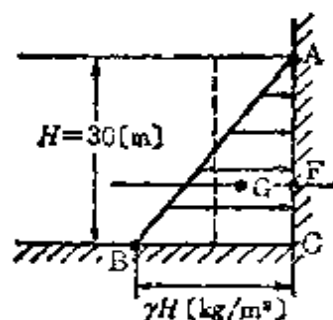


图 7.4

7.2 比转数及其形式

[1] 比转数

保持水轮机(或抽水机)的形状相似而仅改变它的大小，把由单位落差(或者抽水储能)产生的单位输出(或者单位扬水量)时的旋转速度叫做比转数。

(1) 水轮机的比转数 水轮机的比转数 $n_{st} [\text{m} \cdot \text{kW}]$ 为

$$n_{st} = n^* \frac{P^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{5}{4}}} [\text{m} \cdot \text{kW}] \quad (7.5)$$

这里， $n^* [\text{r}/\text{min}]$ 是额定旋转速度*， $P [\text{kW}]$ 是额定输出， $H [\text{m}]$ 是有效落差， P 是每一个叶轮或者每一个喷嘴的输出，相当于每一个复流式叶轮输出的 $\frac{1}{2}$ 。

<参考> 各种形状水轮机的比转数 n ，大致范围是：珀耳

* 原书为 $n [\text{rpm}]$ ，按旋转速度的定义和国际 GB3100-86，改记为 $n [\text{r}/\text{min}]$ ——译者。

顿冲击式水轮机 12~23, 双流式(弗朗西斯)水轮机 60~260, 螺旋桨 300~700。

(2) 抽水机的比转数 抽水机的比转数 $n_{sp}[\text{m} \cdot \text{m}^3/\text{s}]$ 为

$$n_{sp} = n \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{5}{4}}} [\text{m} \cdot \text{m}^3/\text{s}] \quad (7.6)$$

这里, $n[\text{r}/\text{min}]$ 是额定旋转速度, $Q[\text{m}^3/\text{s}]$ 是额定扬水量, $H[\text{m}]$ 是总扬程, Q 是每一个叶轮的值, H 是每一个叶轮的扬程。

<参考> 各种形式抽水机的比转数和适用的最高扬程: 双流式抽水机的比转数是 15~80, 最高扬程是 500 m; 螺旋桨式抽水机的比转数是 140~250, 最高扬程是 20m。

〔例题〕 某水力发电站, 反击式水轮机的每一个叶轮的输出是 10^4kW , 有效落差是 100m, 转速是 600r/min, 这个水轮机的比转数是多少? 另外, 选用什么样的水轮机合适?

〔解答〕 由式(7.5)

$$\begin{aligned} n_{st} &= n \frac{P^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{5}{4}}} = n \frac{\sqrt{P}}{H \sqrt{\sqrt{H}}} = 600 \times \frac{\sqrt{10^4}}{100 \sqrt{\sqrt{10}}} \\ &= 600 \times \frac{100}{100 \sqrt{10}} = \frac{600}{\sqrt{10}} = 189.7 \text{m} \cdot \text{kW} \end{aligned}$$

选用双流式水轮机

7.3 水力发电

[1] 理论水力

根据 7.1 节[3]的伯诺里定理, 水路是这样分配的, 从全水头(全落差) H_0 中把管路中的摩擦、放水口等处的引入水头损失(落差损失) h 去掉后称为有效落差。现在, 设有效落差是 H [m], 流量是 Q [m³/s], 把这时的功率 P_0 [kW]叫做理论水力, 可由下式表示

$$P_0 = 9.8Q(H_0 - h) = 9.8QH \text{ [kW]} \quad (7.7)$$

[2] 发电机输出

因为理论水力 P_0 [kW]是从水轮机输入, 设水轮机的效率是 η_t , 发电机的效率是 η_g , 则发电机的输出 P [kW]为

$$P = P_0 \eta_t \eta_g = 9.8QH \eta_t \eta_g \text{ [kW]} \quad (7.8)$$

[例题] 某水道式发电站, 进水口和排水口之间的全落差是 150m, 水道的长度是 2500m, 假定水道是按 1/2000 这样布置的。设现在每秒钟内有 5t 的水流入水轮机, 求这个发电站的理论水力 P_0 [kW]是多少? 其中, 水压管内的摩擦落差是 1.5m, 排水道的损失落差是 1m。

[解答] 因为有效落差 H [m]是从全落差 H_0 [m]中去掉损失落差 H_L [m], 其值为

$$H = H_0 - H_L = 150 - \left(2500 \times \frac{1}{2000} + 1.5 + 1 \right) = 147.25 \text{ m}$$

另外, 因为每秒钟内有 5t 的水流入水轮机, 它的流量将为 $Q = 5 \text{ m}^3/\text{s}$, 因此, 由式(7.7)理论水力 P_0 [kW]为

$$P_0 = 9.8QH = 9.8 \times 5 \times 147.25 = 7.22 \times 10^3 \text{ kW}$$

7.4 抽水储能发电

[1] 综合效率(图 7.5)

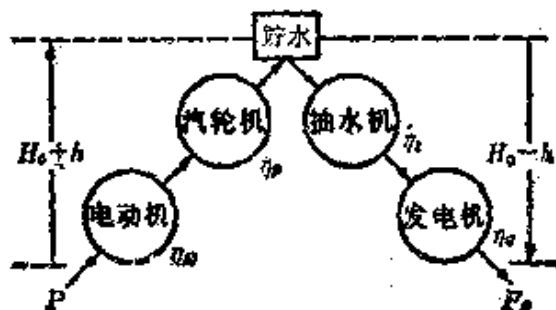


图 7.5 抽水储能发电站

水轮机的效率是 η_p ，发电机的效率是 η_g ，抽水机的效率是 η_p ，电动机的效率是 η_m ，落差是 H_0 ，水道以及水压管路的损失落差是 h ，此时，抽水储能发电站的综合效率 η 为

$$\eta = \frac{H_0 - h}{H_0 + h} \eta_t \eta_g \eta_p \eta_m \quad (7.9)$$

这里把 $\frac{H_0 - h}{H_0 + h}$ 叫做通水效率。

[例题] 抽水储能发电站的有效扬程是 100m，抽水机效率是 87%，电动机效率是 98%。有效扬程以及效率不随扬水量变化。从池的里面向上扬水 $4000,000\text{m}^3$ 时，需要的电能是多少？

[解答] 设扬水量是 $Q[\text{m}^3/\text{s}]$ ，扬水时间是 $t[\text{h}]$ ，因为 $60 \times 60 \times Q t = 4 \times 10^6 [\text{m}^3]$ ，所以

$$t = \frac{4 \times 10^6}{60 \times 60 Q} [\text{h}]$$

因此，需要的电能是 $W[\text{kW} \cdot \text{h}]$ ，

$$W = Pt = \frac{9.8QH}{\eta_p \eta_m} \times \frac{4 \times 10^8}{60 \times 60 Q} = \frac{9.8 \times 100 \times 4 \times 10^8}{0.87 \times 0.98 \times 3600} \\ = 1.28 \times 10^6 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

7.5 各种燃料的发热量和燃料燃烧时需要的空气量 (燃料→热能)

[1] 燃料的单位

对于固体及液体燃料,以重量[kg]作为量的单位,对于气体燃料、空气以及燃烧煤气,处于标准状态的体积用 $\text{N} \cdot \text{m}^3$ 表示, $1 \text{N} \cdot \text{m}^3$ 的压力是 $760 \text{mm} \cdot \text{Hg}$, 在温度是 0°C 时为 1m^3 的量。因此,压力 $P[\text{mm} \cdot \text{Hg}]$, 温度 $t[^\circ\text{C}]$ 的状态为

$$1[\text{N} \cdot \text{m}^3] = \frac{273 + t}{273} \times \frac{760}{P} [\text{m}^3] \quad (7.10)$$

[2] 低发热量和高发热量

低发热量 Q_p [kcal/kg] 不包含燃烧煤气中水的内部蒸发热的值 (都叫做实际发热量), 高发热量 Q_0 [kcal/kg], 它包含内部蒸发热的值 (可以叫做总发热量)。 Q_p 和 Q_0 的关系式为

$$Q_0 = Q_p + 600(9Q + W) [\text{kcal/kg}] \quad (7.11)$$

其中, Q 以及 W 表示每 1kg 燃料中含有的氢以及水分的重量[kg]。

[3] 燃烧需要的空气量

设实际供给的空气量 $A[\text{N} \cdot \text{m}^3]$, 则

$$A = kA_0 = k \left[26.7 \left(\frac{C}{3} + H - \frac{O-S}{8} \right) \right] [\text{N} \cdot \text{m}^3] \quad (7.12)$$

这里, A_0 是理论空气量, $k = \frac{A}{A_0}$ 是空气过剩系数 (煤气燃烧是 1.20, 重油燃烧是 1.22~1.23, 微粒炭粉燃烧是 1.25~1.28, 加煤机燃烧是 1.45~1.55), C、H、O、S 是每 1 kg 烧料中含炭、氢、氧、硫的重量 [kg]。

[例题] 1 kg 的煤中含炭、氢、氧、硫的重量分别为 0.6225 kg、0.0474kg、0.1184kg、0.0224kg。这种煤的高发热量以及 1 kg 煤完全燃烧所需要的理论空气量各是多少? 其中, 这种煤的低发热量是 5930kcal/kg, 水分的含量是 0.87%。

[解答] 因为含氢是 0.0474kg, 含水分是 0.0087kg, 由式 (7.11) 可得 Q_0 为

$$\begin{aligned} Q_0 &= Q_p + 600(9Q + W) = 5930 + 600(9 \times 0.047 + 0.0087) \\ &= 6189 \text{kcal/kg} \end{aligned}$$

下面, 设 1 kg 的煤完全燃烧所需要的理论空气量是 A_0 [$\text{N} \cdot \text{m}^3$], 则可由式 (7.12) 得

$$\begin{aligned} A_0 &= 26.7 \left(\frac{C}{3} + H - \frac{O-S}{8} \right) \\ &= 26.7 \left(\frac{0.6225}{3} + 0.0474 - \frac{0.1184 - 0.0224}{8} \right) \\ &= 26.7 \times 0.2429 = 6.49 \text{ N} \cdot \text{m}^3 \end{aligned}$$

7.6 锅炉与汽轮机的关系(热能→机械能)

[1] 锅炉效率 可表示成被蒸气吸收的热量与供给烧料的比。锅炉效率 η_b 为

$$\eta_b = \frac{\omega(i - i_0)}{WQ} \times 100[\%] \quad (7.13)$$

i 是产生蒸气的热焓[kcal/kg], i_0 是给水的热焓[kcal/kg], ω 是蒸发量[kg/h], W 是供给燃料的数量[kg/h], Q 是燃料的发热量[kcal/kg]

[2] 蒸汽轮机

(1) 汽轮机效率 表示为与汽轮机的输出相当的热量和
使用蒸气从初压到排气压膨胀时的总绝热热落差的比。设汽
轮机的效率 η_i 为

$$\eta_i = \frac{860P}{\omega(i_1 - i_2)} \times 100[\%] \quad (7.14)$$

ω 是使用蒸气的数量 [kg/h], P 为汽轮机的输出[kW]
($i_1 - i_2$) 是绝热热落差[kcal/kg]

(2) 汽轮机热效率 可表示为与汽轮机的输出相当的热
量和位于汽轮机入口的蒸气的热焓 i_1 [kcal/kg] 及冷凝水的
热焓 i_3 [kcal/kg] 差值的比值。汽轮机的热效率 η_e 为

$$\eta_e = \frac{860P}{\omega(i_1 - i_3)} \times 100[\%] \quad (7.15)$$

ω 为使用蒸气的数量[kg/h], P 是汽轮机输出[kW]

(3) 蒸气消耗系数 可用每单位输出的蒸气消耗量
表示

$$\text{蒸气消耗系数} = \frac{\omega}{P} [\text{kg/kw} \cdot \text{h}] \quad (7.16)$$

ω 是使用蒸气的数量[kg/h], P 是汽轮机输出[kW]。

[例题] 火力发电站的输出是5000kW, 负载系数是
60%, 原动机的蒸气消耗量是7kg/kW·h, 辅助机相对于原动

机的蒸气消耗量是 $0.7\text{kg/kW}\cdot\text{h}$ ，一昼夜煤的消耗量是 75t 时，试计算该火力发电站的锅炉效率？其中，煤的发热量是 6000kcal/kg ，蒸发系数是 1.15 ，水的蒸发热是 539.3kcal/kg 。

[解答] 因为一昼夜产生的电能是 $5000 \times 0.6 \times 24 = 7.2 \times 10^4\text{kW}\cdot\text{h}$ ，而一昼夜所需要的热量是 $(7 + 0.7) \times 7.2 \times 10^4 \times 1.15 \times 539.3 = 34383.6 \times 10^4\text{kcal}$ ，因此，一昼夜煤的发热量应该是 $6000 \times 7.5 \times 10^4\text{kcal}$ ，设这时锅炉效率是 $\eta_b[\%]$ ，用式(7.13)得

$$\begin{aligned}\eta_b &= \frac{\omega(i - i_0)}{WQ} \times 100 = \frac{\omega k \times 539.3}{WQ} \times 100 \\ &= \frac{(7 + 0.7) \times 7.2 \times 10^4 \times 1.15 \times 539.3}{6000 \times 7.5 \times 10^4} \times 100 \\ &= \frac{34383.6}{45000} \times 100 = 76.4\%\end{aligned}$$

<参考> 蒸发系数($k=1.15$) 为了使气压是 1.0332kg/cm^2 的 100°C 的水变成 100°C 的饱和蒸气所需要的热量是 539.3kcal/kg ，设发生蒸气的热焓是 $i[\text{kcal/kg}]$ ，给水的热焓是 $i_0[\text{kcal/kg}]$ ，而与实际的蒸发量 $\omega[\text{kg/h}]$ 相当的蒸发量是 $\omega(i - i_0)/539.3[\text{kg/h}]$ 。 $(i - i_0)/539.3$ 能够作为相当蒸发量的换算系数，这就叫做蒸发系数。

7.7 火力发电(燃料→热能→机械能→电能)

[1] 汽轮发电机效率

表示发电机输入(汽轮轮机出) P 和发电机输出 P_g 的比。设效率是 η_g

$$\eta_g = \frac{P_g}{P} \times 100[\%] \quad (7.17)$$

[2] 汽轮发电机的输出和旋转速度

发电机的输出 P_g ，与转子直径 D 的平方、转子的铁心长度 l 、旋转速度 n 的相乘积成正比。

$$P_g = kD^2ln \quad (7.18)$$

这里， k 的倒数 $\frac{1}{k}$ 叫做输出系数，表示机械大小的标准。

[3] 发电站的热效率

某期间内发生的总电能是 $W[\text{kW}\cdot\text{h}]$ ，在这个期间内所消耗燃料的数量是 $m[\text{kg}]$ ，设那时产生的热量是 $Q[\text{kcal}/\text{kg}]$ ，则发电站的热效率(发电端的热效率) η 为

$$\eta = \frac{860W}{mQ} \times 100[\%] \quad (7.19)$$

另外，输出(送电端)的热效率 η' 为

$$\eta' = \eta \left(1 - \frac{\text{站内用电系数}}{100} \right) [\%] \quad (7.20)$$

其中，站内用电系数 = $\frac{\text{站内用功率}}{\text{产生功率}} \times 100[\%]$ 。

[例题] 正在运行的火力发电站，最大输出是 300MW，平均负载系数是 85%，在 20 日中消耗的重油是 $3.2 \times 10^4 \text{kl}$ 。发电端的热效率以及送电端的热效率各是多少？其中，站内用电系数是 7%，重油(或石油)的发热量是 $10^4 \text{kcal}/\text{l}$ 。

[解答] 20 日中产生的电能 $W[\text{kW}\cdot\text{h}]$ 是

$$W = 300 \times 10^3 \times 0.85 \times 24 \times 20 = 1.224 \times 10^8 \text{kW}\cdot\text{h}$$

因为 $1 \text{ kW}\cdot\text{h} = 860 \text{ kcal}$, 所以在 20 日内产生的热量 Q [kcal] 为

$$Q = W \times 860 = 1.224 \times 10^8 \times 860 = 1.053 \times 10^{11} \text{ kcal}$$

另外, 在 20 日内供给的燃料产生的总热量 Q_0 [kcal] 为

$$Q_0 = mQ = 3.2 \times 10^4 \times 10^3 \times 10^4 = 3.2 \times 10^{11} \text{ kcal}。$$

因此, 发电端的热效率 η [%] 由式 (7.19) 得

$$\eta = \frac{860W}{mQ} \times 100 = \frac{1.053 \times 10^{11}}{3.2 \times 10^{11}} \times 100 = 32.9 \%$$

其次, 送电端的热效率 η' [%] 由式 (7.20) 得

$$\eta' = \eta \left(1 - \frac{\text{站内用电系数}}{100} \right) = 32.9 \left(1 - \frac{7}{100} \right) = 30.6 \%$$

8. 电机(直流机)

8.1 直流发电机的感应电动势

[1] 感应电动势

因为一根导体通过一个磁极的时间为 $\frac{60}{n} \times \frac{1}{p}$ [s], 所以平均电动势 e 为

$$e = \frac{p}{60} \Phi n [\text{V}] \quad (8.1)$$

还有, 因为在正负电刷间产生的电动势 E , 正好是 e 和串联导体数 $\frac{z}{a}$ 的乘积, 所以

$$E = e \frac{z}{a} = \frac{pz}{60a} \Phi n [\text{V}] \quad (8.2)$$

其中, n : 每分钟转数 [r/min], Φ : 每极的有效磁通, p : 极数, z : 在电枢表面分布的导体总数, a : 正负电刷间并联的电路数。

[2] 重叠绕组场合的感应电动势

重叠绕组的场合变成为 $a = p$, 由式 (8.2)

$$E = \frac{z}{60} \Phi n [\text{V}] \quad (8.3)$$

[3] 波绕组场合的感应电动势

波绕组的场合变成为 $a = 2$, 由式 (8.2)

$$E = \frac{pz}{120} \Phi n [\text{V}] \quad (8.4)$$

【例题】 每极有效磁通是 0.035Wb ，电枢表面的总导体数是 152 的 4 极发电机，以 1200r/min 的速度旋转时，在重叠绕组的场合，试计算它的电动势是多少？

【解答】 因为是重叠绕组的场合，所以 $a=p$ ，由式 (8.3)

$$E = \frac{z}{60} \Phi n = \frac{152}{60} \times 0.035 \times 1200 = 106.4\text{V}$$

8.2 直流发电机的端电压和内部电压降

设发电机所用的各种符号如下， E_a ：电枢感应电动势[V]， U ：发电机端电压[V]， I_a ：电枢电流[A]， I ：负载电流[A]， r_a ：电枢电阻[Ω]，(包括电刷及整流子间的接触电阻)， r_s ：串励励磁绕组的电阻(Ω)， r_f ：并励励磁绕组的电阻[Ω]。

【1】串励发电机(图 8.1)

$$U = E_a - (r_a + r_s)I \quad [V] \quad (8.5)$$

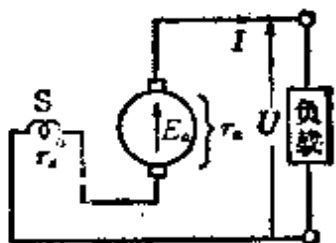


图 8.1 串励

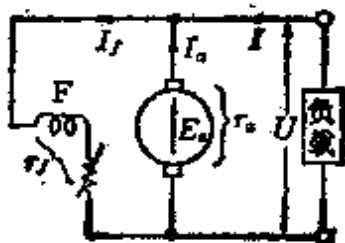


图 8.2 并励

【2】并励发电机(图8.2)

$$U = E_a - r_a I_a \quad [V] \quad (8.6)$$

其中， $I_a = I + I_f$ [A]， $I_f = \frac{U}{r_f}$ [A]

[3] 复励发电机

(1) 内复励(图 8.3)

$$U = E_a - r_a I_a - r_s I \quad [V] \quad (8.7)$$

其中, $I_a = I + I_f [A]$, $I_f = \frac{E_a - r_a I_a}{r_f} [A]$

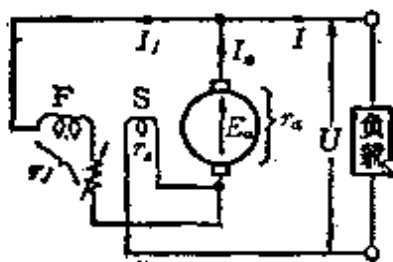


图 8.3 内复励

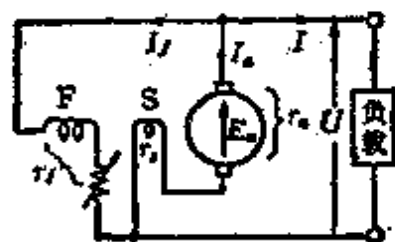


图 8.4 外复励

(2) 外复励(图 8.4)

$$U = E_a - (r_a + r_s) I_a \quad [V] \quad (8.8)$$

其中, $I_a = I + I_f [A]$, $I_f = \frac{U}{r_f} [A]$

[例题] 对于内复励的复励发电机,端电压是 210V, 负载电流是 100A, 串励励磁绕组的电阻是 0.05Ω, 并励励磁绕组的电阻是 53.75Ω, 电枢电阻是 0.12Ω, 求在电枢绕组中被感应的电动势是多少?

[解答] 设电刷间的电压是 $U_b [V]$, 由图 8.3

$$U_b = U + r_s I = 210 + 0.05 \times 100 = 215V$$

在并励励磁电路中流过电流 $I_f [A]$,

$$I_f = \frac{U_b}{r_f} = \frac{215}{20} = 10.75A$$

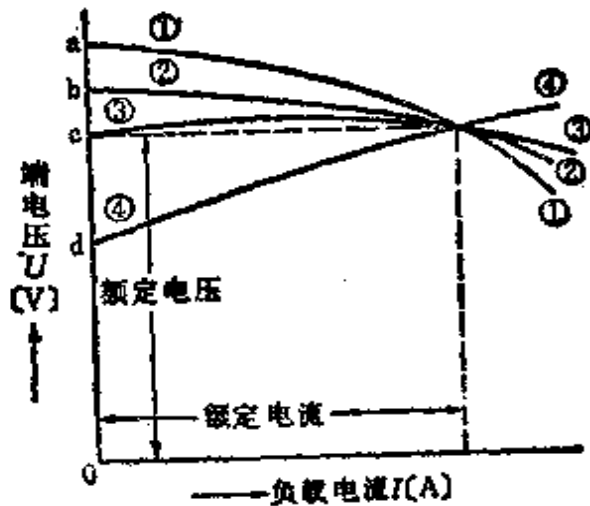
因此, 感应电动势 $E_a [V]$ 为

$$E_a = U_b + r_a (I + I_f) = 215 + 0.12 \times (100 + 10.75)$$

$$= 215 + 13.29 = 228.3V$$

8.3 直流发电机的外特性和电压波动系数

[1] 外部特性曲线(图 8.5)



- ① 并励发电机
 - ② 它励发电机
 - ③ 平复励
(串励励磁少)
 - ④ 高复励
(串励励磁多)
- } 和复励发电机

图 8.5 外部特性曲线

直流发电机以额定转速运行时，调整励磁以后能达到额定电压和额定电流。如果不调整这个励磁电路，那么负载电流变化时，表示对应于负载电流的端电压的变化曲线，叫做外部特性曲线。

[2] 电压波动系数

设直流发电机的额定转速维持不变，则额定电压、额定电流将变成图 8.5 所示的那样，若把励磁电路调整到和原来一

样,而负载电流徐徐降为零时,端电压的波动相对于额定电压 U [V] 的百分比叫做电压波动系数。

如果不接负载时的端电压是 U_0 [V], 则电压波动系数 e [%] 是

$$e = \frac{U_0 - U}{U} 100 [\%] \quad (8.9)$$

[例题] 根据图 8.5, 求相对于各种励磁方式的发电机 ①~④ 的电压波动系数 e [%]。

[解答] ① 并励发电机 $e = \frac{\text{线段}ac}{\text{线段}Oc} \times 100 [\%]$

② 他励发电机 $e = \frac{\text{线段}bc}{\text{线段}Oc} \times 100 [\%]$

③ 平复励 $e = 0$

④ 高复励 $e = -\frac{\text{线段}dc}{\text{线段}Oc} \times 100 [\%]$

8.4 直流发电机的并网运行

[1] 并网运行的条件

(1) 由于是同一类型的电机, 并且尽可能使它们的容量相近, 或者相同。

(2) 外部特性曲线应该重合。

(3) 外部特性曲线具有下垂特性。

[2] 供给负载的电流(图 8.6)

A 、 B 两发电机并网运行的场合, 如果各自的电枢感应电动势是 E_A [V]、 E_B [V], 负载电流是 I_A [A]、 I_B [A], 并励励磁电流是 I_{fA} [A]、 I_{fB} [A], 电枢电阻是 r_A [Ω]、 r_B [Ω],

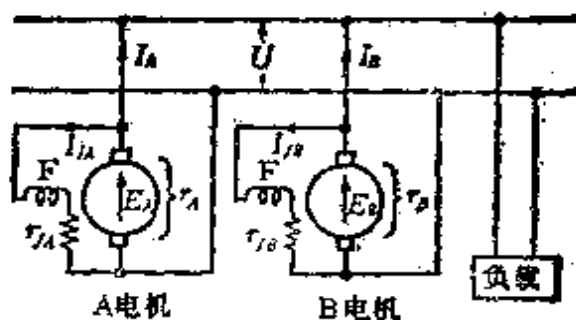


图 8.6

母线电压是 U [V], 则

$$\left. \begin{aligned} \text{对于发电机 } A \quad U &= E_A - r_A(I_A + I_{fA}) \text{ [V]} \\ \text{对于发电机 } B \quad U &= E_B - r_B(I_B + I_{fB}) \text{ [V]} \end{aligned} \right\} \quad (8.10)$$

由式(8.10)

$$\left. \begin{aligned} I_A &= \frac{E_A - U}{r_A} - I_{fA} \text{ [A]} \\ I_B &= \frac{E_B - U}{r_B} - I_{fB} \text{ [A]} \end{aligned} \right\} \quad (8.11)$$

【例题】 A、B 两台直流并励发电机并网运行, 供电给 100A 的负载。A、B 两台发电机的感应电动势以及电枢电阻分别是 110V、0.04Ω 以及 112V、0.06Ω。在这种场合, 求 A、B 两台发电机所供给的电流和端电压各是多少?

【解答】 设 A、B 两台发电机所供给的电流分别是 I_A, I_B , 而 A、B 两台发电机的并励励磁电流可以忽略不计, 则由式(8.11)

$$E_A = U + r_A I_A, \quad 110 = U + 0.04 I_A \quad (1)$$

$$E_B = U + r_B I_B, \quad 112 = U + 0.06 I_B \quad (2)$$

由式(1)、式(2)

$$-4 I_A + 6 I_B = 200 \quad (3)$$

另外, 根据题意

$$I_A + I_B = 100 \quad (4)$$

式(3) + 式(4) × 4

$$I_B = 60\text{A}, \text{ 所以 } I_A = 100 - I_B = 40\text{A} \quad (5)$$

如果把式(5)的值代入式(1)并整理, 有

$$U = 110 - 0.04 \times 40 = 108.4\text{V}$$

8.5 直流电动机的反电动势和电流

[1] 反电动势和电流(图 8.7)

在电动机运行场合, 规定由感应作用产生的电动势, 对于流入的电流是反方向的。在这种情况下, 特别叫做反电动势 E_a [V]。设 U [V] 是外施电压, U_a [V] 是电枢电刷间的电压, r_a [Ω] 是电枢电路的电阻, I_a [A] 是电枢电流, 则

$$E_a = \frac{zP}{60a} n\Phi = Kn\Phi [\text{V}] \quad (8.12)$$

(其中, $K = \frac{zP}{60a}$: 比例常数)

$$I_a = \frac{U - E_a}{r_a} [\text{A}] \quad (8.13)$$

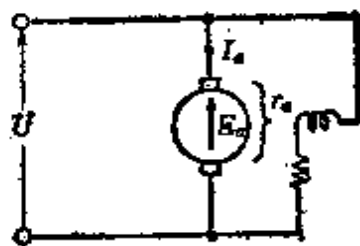


图 8.7

[2] 起动电流

因为在起动时 $E_a = 0$, 所以起动电流 I_s [A] 为

$$I_s = \left(\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_f} \right) U [\text{A}] \quad (8.14)$$

$r_a \ll r_f$ 时

$$I_s = \frac{U_a}{r_a} [\text{A}] \quad (8.15)$$

[3] 电刷间的电压和外加电压(参照图 8.2~8.4)

(1) 并励の場合

$$U = U_b = E_a + r_a I_a [\text{V}] \quad (8.16)$$

(2) 复励の場合

$$\left. \begin{aligned} \text{(外复励)} \quad U &= E_a + (r_a + r_s) I_a = U_b + r_s I_a [\text{V}] \\ \text{(内复励)} \quad U &= E_a + (r_a + r_s) I_a + r_s I_f \\ &= U_b + r_s I_a + r_s I_f [\text{V}] \end{aligned} \right\} (8.17)$$

[例题] 直流并励电动机的电枢电阻是 0.4Ω ，励磁绕组的电阻是 55Ω 。这时外加额定电压 110V 时，起动电流将变为多少？另外，如果把起动电流限制在额定电流的 1.5 倍，那么在电枢电路中应该接入的起动电阻是多少？其中，在额定状态运行时反电动势是 100V 。

[解答] 如图 8.8 所示，因为起动电流 $I_s[\text{A}]$ 是电枢中的电流 $I_a[\text{A}]$ 与磁场电路中流过的电流 $I_f[\text{A}]$ 的和，所以由式(8.14)

$$I_s = I_a + I_f = \left(\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_s} \right) U = \left(\frac{1}{0.4} + \frac{1}{55} \right) \times 110 = 277\text{A}$$

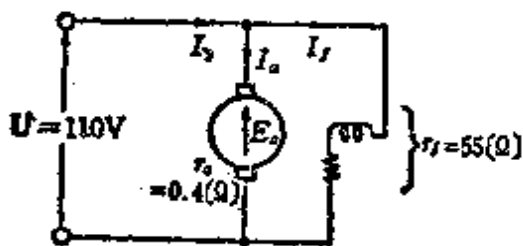


图 8.8

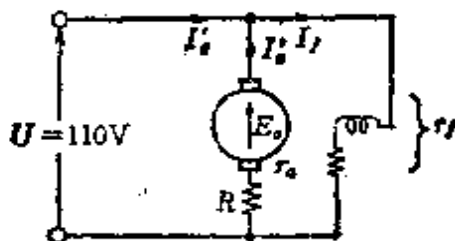


图 8.9

其次，设把起动电流限制在额定电流的 1.5 倍时的起动电流是 $I'_s[\text{A}]$ ，则

$$\begin{aligned} I'_s &= \left[\left(\frac{U - E_a}{r_a} \right) + \frac{U}{r_f} \right] \times 1.5 = \left[\left(\frac{110 - 100}{0.4} \right) + \frac{110}{55} \right] \times 1.5 \\ &= (25 + 2) \times 1.5 = 40.5\text{A} \end{aligned}$$

因此,这时流入电枢的电流分量 I'_a [A] 可由图 8.9 求得

$$I'_a = 40.5 - 2 = 38.5 \text{ A}$$

从而,设接入的起动电阻 R [Ω] 为

$$R = \frac{U - r_a I'_a}{I'_a} = \frac{110 - 0.4 \times 38.5}{38.5} = \frac{94.6}{38.5} \approx 2.46 \Omega$$

8.6 直流电动机的转矩和输出

[1] 产生的转矩(图8.10)

因为 1 根导体受到的力是 $f = B l I_a$ [N], 所以在电枢表面上分布的导体总数 z 所受到的力可表示为 $F = fz$ [N], 从而,在电枢上产生的转矩 T_a [N·m] 是

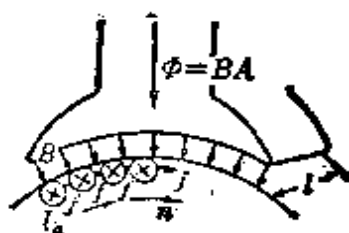


图 8.10

$$T_a = F \frac{D}{2} = k \Phi I_a \text{ [N} \cdot \text{m]} \quad (8.18)$$

其中, $F = \frac{p \Phi I_a z}{\pi D a}$ [N], $B = \frac{\Phi p}{\pi D l}$ [Wb/m²],

$$k = \frac{pz}{2\pi a}, D = \text{电枢直径}$$

[2] 产生的机械功率

因为产生的机械功率 P_o [W], 可表示为在电枢上由感应作用产生的反电动势 E_a [V] 和电枢电流 I_a [A] 的乘积,

$$P_o = E_a I_a = \omega T_a \text{ [W]} \quad (8.19)$$

其中, $\omega = \frac{2\pi n}{60}$

[3] 输出功率和有效转矩

因为输出功率 P [W] 是从产生的机械功率 P_a [W] 中减去铁损耗 P_i [W] 及机械损耗 P_m [W], 即

$$P = P_a - (P_i + P_m) \text{ [W]} \quad (8.20)$$

另外, 有效转矩 T [N·m] 可从产生转矩 T_a [N·m] 中减去空载运行时所需要的转矩 T_0 [N·m] 而得, 就是说

$$T = T_a - T_0 = k' \Phi I_a = \frac{P}{\omega} \text{ [N·m]} \quad (8.21)$$

<参考> 转矩用实用单位表示时, 存在 $\text{kgf}^* = 9.8\text{N}$ 的关系, 例如, 把 [N·m] 表示成 [kgf·m] 的场合, 即 $1 \text{ N}\cdot\text{m} = \frac{1}{9.8} \text{ kgf}\cdot\text{m}$

[例题] 求输出功率是 10 kW, 转速是 1450 r/min 的直流电动机的转矩是多少牛·米?

[解答] 因为 $P = 10 \times 10^3 \text{ W}$, 所以由式 (8.21)

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{60P}{2\pi n} = \frac{60 \times 10 \times 10^3}{2 \times 3.14 \times 1450} = 65.9 \text{ N}\cdot\text{m}$$

8.7 直流电动机的转速特性

[1] 转速的表示式

由 8.5 节 [1] 所表示的反电动势和电枢电流的关系式

$$E_a = Kn\Phi, \quad I_a = \frac{U - E_a}{r_a}, \quad \text{可得}$$

$$n = \frac{E_a}{K\Phi} = \frac{U - r_a I_a}{K\Phi} \text{ [r/min]} \quad (8.22)$$

* 原书把千克力记为 kgw, 按国标 GB3102.3-82, 千克力改记为 kgf —— 译者

其中, $K = \frac{pz}{60a}$

[2] 转速特性和转矩特性

(1) 并励の場合[图 8.11 中(a)] 在外加电压 U 保持不变时磁通 Φ 被看作不变,转速大致上也认为不变。另外因为转矩公式是 $T_a = k\Phi I_a$, 因为 Φ 不变,所以 $T_a \propto I_a$ 成直线变化。

(2) 串励の場合[图 8.11 中(b)] 因为磁通 Φ 随着电枢电流的增减而增减,所以转速是按双曲线变化。另外 $T_a \propto I_a^2$, 转矩 T_a 是按二次曲线变化。

(3) 复励の場合[图 8.11 中(c)] 转速和转矩特性曲线是介于并励和串励的各种特性曲线的范围之内。

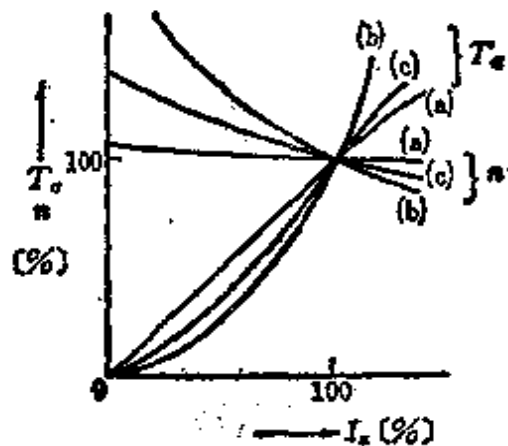


图 8.11

[3] 转速波动系数(变化率)

所谓转速波动系数是对于恒速电动机来说,负载的变化可用转速变化的程度来表示,因为在指定条件下额定输出时的转速 n ,空载时的转速 n_0 的变化比例,用额定转速的百分比表示较好。

$$\text{转速波动系数 } \varepsilon = \frac{n_0 - n}{n} \times 100 [\%] \quad (8.23)$$

[4] 转速调节

由[1]所给出的转速表示式 $n = \frac{U - r_a I_a}{K\Phi}$ [r/min] 来看, 有三种方法可以改变 n : ①改变 Φ 的方法, ②改变 U 的方法, ③改变 r_a 的方法。

[例题] 有一直流串励电动机。外加电压是 600 V, 电流是 50 A 时旋转转数是 1500 r/min。现在外加电压减小到 500 V 时, 对应于同一电流 (50 A) 旋转转数将变为多少? 其中, 电枢绕组以及励磁绕组电路的全部电阻 $r = 0.5 \Omega$ 。

[解答] 因为电枢绕组以及磁场绕组电路的全部电阻 $r = 0.5 \Omega$, 又因为, 是对应于同一电流, 所以

外加电压是 600 V 时转速 n [r/min] 可由式 (8.22) 求出

$$n = \frac{U - r I_a}{K\Phi} \quad (1)$$

外加电压是 500 V 时转速 n' [r/min] 也用同样的公式来求

$$n' = \frac{U' - r I_a}{K\Phi} \quad (2)$$

由式(1)、式(2)

$$\begin{aligned} n' &= \frac{(U' - r I_a) n}{(U - r I_a)} = \frac{(500 - 0.5 \times 50) \times 1500}{600 - 0.5 \times 50} = \frac{475}{575} \times 1500 \\ &= 1239 \text{ r/min} \end{aligned}$$

8.8 直流机(发电机·电动机)的效率

效率可理解为 η [%], 则可表示为 $\eta = \frac{\text{输出}}{\text{输入}} \times 100$ [%]。

$$\text{发电机效率 } \eta_g = \frac{\text{输出}}{\text{输出} + \text{损耗}} \times 100 \text{ [%]} \quad (8.24)$$

$$\text{电动机效率 } \eta_m = \frac{\text{输入} - \text{损耗}}{\text{输入}} \times 100 \text{ [%]} \quad (8.25)$$

[1] 实测效率

从直接测量的输入、输出值求效率。

[2] 规约效率

在正确测量电损耗的情况下, 用假定输出的计算方法求效率。

<注>(1) 不包含励磁电阻器的损耗。

<注>(2) 铜损的计算, 要用换算到 75°C 时的电阻值 R_{75} 。

$R_{75} = R_t \times \frac{309.5}{234.5 + t}$ [Ω]。其中, R_t = 测量时的温度 t °C 时的电阻值。

[3] 最大效率

最大效率是在负载损耗 = 固定损耗成立时的效率, 一般情况, 经常是在制造时考虑能在全负荷时出现最大效率。

<参考> 直流发电机全负荷时效率的概数表

输出 [kW]	1	5	10	50	100	500	1000
效率[%]	72~76	80~82	83~86	86~88	88~90	90~92	92~93

[例题] 某直流并励发电机在全负荷运行时，正以端电压110V、电流50A对外部电路(负载)供电。这个发电机并励绕组电路的电阻 $R_f = 44\Omega$ ，电枢电路的电阻 $r_a = 0.2\Omega$ ，在额定转速、额定电压下的铁损耗以及机械损耗的和是400W。求全负荷时的效率是多少？

[解答] 发电机输出 $= 110 \times 50 = 5500\text{W}$

并励绕组电路(磁场电路)的

$$\text{励磁损耗} = 110 \times \frac{110}{44} = 275\text{W}$$

$$\text{电枢电路的铜损耗} = \left(50 + \frac{110}{44}\right)^2 \times 0.2 = 551\text{W}$$

$$\text{电刷电阻的损耗} = 52.5 \times 2 = 105\text{W}$$

因此,由式(8.24)

$$\begin{aligned}\eta_g &= \frac{\text{输出}}{\text{输出} + \text{损耗}} \times 100 = \frac{5500}{5500 + 275 + 551 + 105 + 400} \times 100 \\ &= 80.5\%\end{aligned}$$

<注> 至于直流并励发电机，就是自动发电机。对于电刷来说电压下降以2V计算。

9. 电机(变压器)

9.1 变压器的感应电动势、匝数比和励磁电流

[1] 感应电动势

设初级、次级的感应电动势的有效值是 E_1 、 E_2 ，则

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} = 4.44N_1f\Phi_m [\text{V}] \\ E_2 &= \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} = 4.44N_2f\Phi_m [\text{V}] \end{aligned} \right\} \quad (9.1)$$

其中， E_{1m} 、 E_{2m} 是感应电动势的最大值， Φ_m 是磁通的最大值。

[2] 匝数比

设初级绕组的匝数是 N_1 ，次级绕组的匝数是 N_2 ，匝数比是 a ，则

$$\left. \begin{aligned} (1) \text{ 匝数比 } \frac{N_1}{N_2} &= a, \quad (2) \text{ 变压比 } \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \\ (3) \text{ 变流比 } \frac{I_1}{I_2} &= \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}, \quad (4) \text{ 电压比 } \frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$

<注>一般情况，就实际应用而言，电压比和匝数比相等。即使没有支柱也无妨。

[3] 励磁电流[图 9.1(a)、(b)]

励磁电流 I_0 是用来对铁心励磁，使之产生磁通的电流，然而，铁心的磁特性是包含铁损耗的。

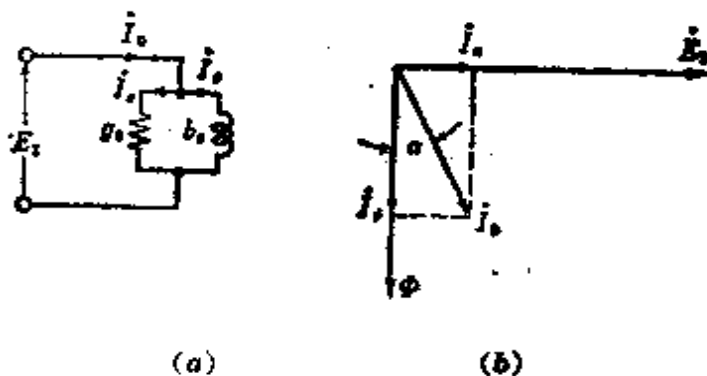


图 9.

$$\left. \begin{aligned} (1) \text{ 铁损电流 } I_e &= I_0 \sin \alpha \\ (2) \text{ 磁化电流 } I_\phi &= I_0 \cos \alpha \end{aligned} \right\} (9.3)$$

$$\left. \begin{aligned} (3) \text{ 励磁电流 } I_0 &= I_e - I_\phi = \dot{E}_1 Y_0 = \dot{E}_1 (g_0 - j b_0) \\ I_0 &= \sqrt{I_e^2 + I_\phi^2} \end{aligned} \right\} (9.4)$$

【例题】 变压器的初级绕组是 3000 匝，次级绕组是 100 匝。求以下各值：(1) 变压器的电压比。(2) 初级的外加电压是 2850V 时的次级电压。(3) 为了在次级得到 105V 的电压，初级电压应该是多少？其中，变压器的损耗忽略不计。

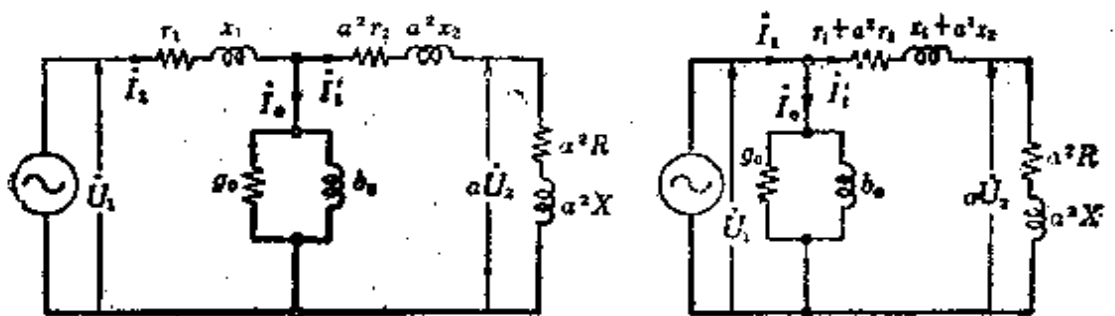
【解答】 (1) 由式(9.2) $a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{3000}{100} = 30$

(2) 由式(9.2) $U_2 = \frac{U_1}{a} = \frac{2850}{30} = 95\text{V}$

(3) 由式(9.2) $U_1 = aU_2 = 30 \times 105 = 3150\text{V}$

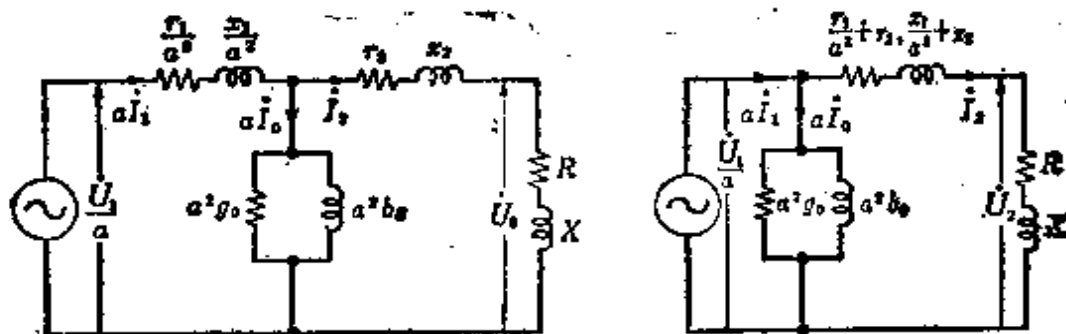
9.2 变压器的简化等效电路

变压器的等效电路，可如图 9.2(a) (对初级进行换算)，图 9.3(a) (对次级进行换算) 那样来表示。对于这个等效电路，励磁电流在初级绕组中产生的铜损耗和阻抗压降忽略不计，可以把初级、次级的阻抗合并在一起。那么，结果将如图



(a) 对初级进行换算的等效电路 (b) 对初级进行换算的简化等效电路
图 9.2

9.2(b)、9.3(b)那样，对初级和次级进行换算后立刻得到简化等效电路。



(a) 对次级进行换算的等效电路 (b) 对次级进行换算的简化等效电路
图 9.3

这里，初级、次级的电压是 \dot{U}_1 [V], \dot{U}_2 [V]，初级、次级的电阻是 r_1 [Ω], r_2 [Ω]，初级、次级的漏电抗是 x_1 [Ω], x_2 [Ω]，励磁电导是 g_0 [Ω^{-1}]，励磁电纳是 b_0 [Ω^{-1}]，励磁导纳是 $Y_0 = g_0 - ib_0$ [Ω^{-1}]，初级、次级的电流是 I_1 [A], I_2 [A]，励磁电流是 I_0 [A]，负载的电阻和电抗是 R [Ω], X [Ω]，负载的阻抗是 $Z = R + jX$ [Ω]。匝数比是 $a = \frac{N_1}{N_2}$ 。

【例题】 变压器的容量是 2kVA，电压比是 3150/105V。

初级和次级的电阻和漏电抗分别是 $r_1 = 60[\Omega]$ 、 $x_1 = 150[\Omega]$ ， $r_2 = 0.06[\Omega]$ 、 $x_2 = 0.18[\Omega]$ ，铁损耗是 180W ，励磁电流是 0.085A 。在这个变压器的初级施加额定电压 3150V 时，试写出描述次级进行换算后的简化等效电路的各部分数值。

[解答] 等效电路和数值如图 9.4 所示。因为可以把电压比和匝数比看作相等，所以由式(9.2)

$$a = \frac{U_1}{U_2} = \frac{3150}{105} = 30$$

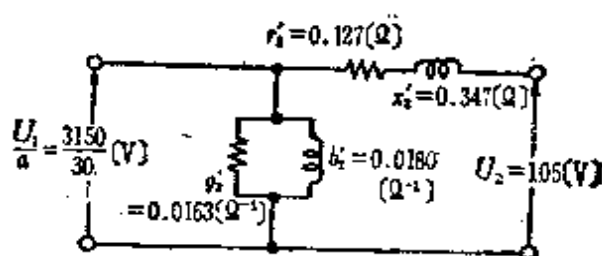


图 9.4

$$\begin{aligned} Z_2' &= r_2' + jx_2' = \left(\frac{r_1}{a^2} + r_2 \right) + j \left(\frac{x_1}{a^2} + x_2 \right) \\ &= (0.067 + 0.06) + j(0.167 + 0.18) = 0.127 + j0.347 \end{aligned}$$

故 $r_2' = 0.127\Omega$ ， $x_2' = 0.347\Omega$

其次，设铁损耗是 $P_e[\text{W}]$ ，则 $P_e = \left(\frac{U_1}{a} \right)^2 a^2 g = U_2^2 g_2' [\text{W}]$

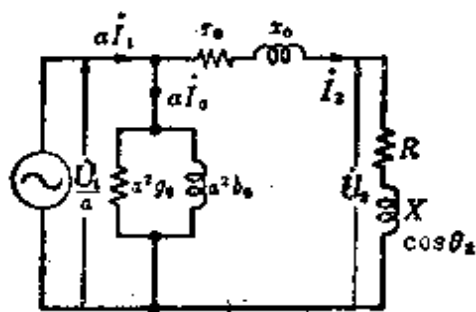
成立

$$g_2' = \frac{P_e}{U_2^2} = \frac{180}{105^2} = 0.0163\Omega^{-1}$$

另外， $|Y'| = \frac{aI_0}{U_2} = \frac{30 \times 0.085}{105} = 0.0243\Omega^{-1}$

因此， $b_2' = \sqrt{Y'^2 - g_2'^2} = \sqrt{0.0243^2 - 0.0163^2} = 0.0180\Omega^{-1}$

从而， $Y' = g_2' - jb_2' = 0.0163 - j0.0180\Omega^{-1}$



$$r_0 = \frac{r_1}{a^2} + r_2, \quad x_0 = \frac{x_1}{a^2} + x_2$$

图 9.5

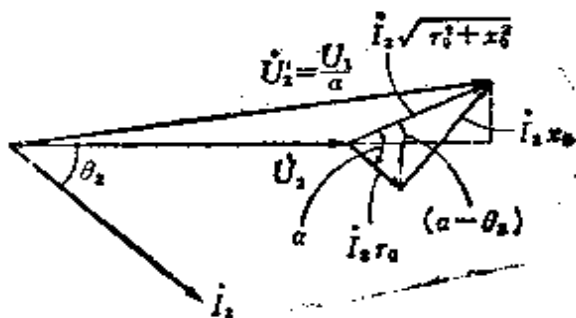


图 9.6

9.3 变压器的电压波动系数

[1] 电压波动系数

在次级以额定输出(额定电压、额定电流、额定功率因数)供电时,初级的端电压没有变化,把空载时次级端电压的波动值用相对于次级额定电压 U_2 的百分比来表示,这就是电压波动系数 e [%]。设空载时的端电压是 U'_2 , 则

$$e = \frac{U'_2 - U_2}{U_2} \times 100 [\%] \quad (9.5)$$

另外,电压波动系数 e [%],在图 9.5 的对次级进行换算的简化等效电路和图 9.6 矢量图的基础上,可由下式表示。

$$e = p \cos \theta_2 + q \sin \theta_2 + \frac{(q \cos \theta_2 - p \sin \theta_2)^2}{200} [\%] \quad (9.6)$$

这里, $p = \frac{r_0 I_2}{U_2} \times 100 [\%]$ (电阻压降的百分比)

$q = \frac{x_0 I_2}{U_2} \times 100 [\%]$ (漏电抗压降的百分比)

式(9.6)的第三项的值在一般情况下是非常小的,因而可以把

它们忽略掉。

$$\begin{aligned} \varepsilon &= p \cos \theta_2 + q \sin \theta_2 [\%] \\ &= \sqrt{p^2 + q^2} \cos(\alpha - \theta_2) \quad [\%] \end{aligned} \quad (9.7)$$

其中, $\alpha = \tan^{-1} \frac{q}{p} = \tan^{-1} \frac{x_0}{r_0}$, θ_2 是负载的功率因数角,

U_2, I_2 是次级的额定电压、额定电流, r_0, x_0 是对次级进行换算后的电阻、漏电抗。

[2] 电压波动系数的最大值

由式(9.7)可知, $\cos(\alpha - \theta_2) = 1, (\alpha - \theta_2) = 0, \theta_2 = \alpha$, 也就是 $\cos \theta_2 = \cos \alpha = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}}$ 时, ε 变为最大。设电压波动系数的最大值是 $\varepsilon_{\max} [\%]$, 则

$$\varepsilon_{\max} = \sqrt{p^2 + q^2} [\%], \cos \theta_2 = \cos \alpha = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}} \quad (9.8)$$

[3] 阻抗电压和阻抗·瓦特

由式(9.6)

$$\begin{aligned} |Z| \% &= \sqrt{p^2 + q^2} = \sqrt{\left(\frac{I_2 r_0}{U_2}\right)^2 + \left(\frac{I_2 x_0}{U_2}\right)^2} \times 100 \\ &= \frac{I_2 \sqrt{r_0^2 + x_0^2}}{U_2} \times 100 [\%] \end{aligned} \quad (9.9)$$

变成百分比来表示阻抗降落。由式(9.9)

$$\text{次级的阻抗电压 } U_{i_2} = I_2 \sqrt{r_0^2 + x_0^2} [\text{V}] \quad (9.10)$$

$$\text{初级的阻抗电压 } U_{i_1} = a U_{i_2} = I_1 a^2 \sqrt{r_0^2 + x_0^2} [\text{V}] \quad (9.11)$$

$$\begin{aligned} \text{阻抗·瓦特 } P_c &= I_2^2 \sqrt{r_0^2 + x_0^2} \\ &= I_1^2 a^2 \sqrt{r_0^2 + x_0^2} [\text{W}] \end{aligned} \quad (9.12)$$

其中, $I_1 [\text{A}]$ 是初级额定电流, $I_2 [\text{A}]$ 是次级额定电流。

【例题】 单相变压器的容量是 $75 \text{ kV}\cdot\text{A}$, 电压比是 $6000/200\text{V}$ 。阻抗电压降是 4% , 求把次级短接时的短路电流值是多少?

【解答】 设 $Z_2[\Omega]$ 是次级的换算阻抗, $I_{s2}[\text{A}]$ 为 $I_{s2} = \frac{U_2}{|Z_2|}$ 。由式(9.9), 百分比阻抗是 $|Z|\%$, $|Z|\% = \frac{I_2 Z_2}{U_2} \times 100 = \frac{I_2 \sqrt{r_0^2 + x_0^2}}{U_2} \times 100[\%]$, 从而

$$\begin{aligned} I_{s2} &= \frac{U_2}{|Z_2|} = I_2 \times \frac{100}{|Z|\%} = \frac{75 \times 10^3}{200} \times \frac{100}{4} = \frac{75 \times 10^3}{8} \\ &= 9380 \text{ A} \end{aligned}$$

9.4 变压器的损耗

作为变压器的损耗, 可用空载损耗 = 铁损耗 + 由于空载电流而产生的电阻损耗 + 介质损耗, 有载损耗 = 铜损耗 (P_c) + 杂散负载损耗来表示。一般情况, 多用空载损耗 \approx 铁损耗 (P_i), 有载损耗 = 铜损耗 (P_c) 来处理。

[1] 铁损耗

铁损耗 P_i 即磁滞损耗 P_h 和涡流损耗 P_e 的和。一般情况, 作为实用公式可由下式表示

$$P_i = P_h + P_e \quad (9.13)$$

$$P_h = \sigma_h \frac{f}{100} B_m^2 [\text{W/kg}] \quad (9.14)$$

$$P_e = \sigma_e \left(k_f t B_m \frac{f}{100} \right)^2 [\text{W/kg}] \quad (9.15)$$

其中, σ_h, σ_e 是常数, k_f 是波形系数, $t[\text{m}]$ 是厚度, $B_m[\text{Wb/}$

m^2]是磁通密度最大值, f [Hz]是频率数。

[2] 铜损耗

杂散负载损耗, 是当负载电流流过绕组时, 由于存在漏磁通, 在绕组、压紧铁心的夹板、夹紧螺栓及外壳等处由于有涡流流过而产生的损耗。因此, 除按照绕组的电阻计算损耗以外, 还要稍微有所增加。增加的系数在 $k=1.1\sim 1.25$ 的范围内, 铜损耗 P_c 为

$$P_c = kI_2^2 r_0 [\text{W}] \quad (9.16)$$

其中, I_2 [A]是次级电流, r_0 [Ω]是次级绕组换算阻抗。

〈注〉 一般在小容量的情况下, 以 $k=1$ 来进行计算。

[3] 铜损耗的温度校正

对应于温度的变化, 铁损耗几乎没有变化, 而铜损耗因其绕组的电阻变化较大, 所以按规约效率计算的场合, 可象下式那样换算到 75°C 来计算。

$$P_{c75} = I_2^2 r_{0t} \left(\frac{309.5}{234.5 + t} \right) + (P_t - I_2^2 r_{0t}) \frac{234.5 + t}{309.5} (\text{W}) \quad (9.17)$$

其中, r_{0t} [Ω]是测量时的温度为 t ($^\circ\text{C}$) 的次级换算电阻, P_t [W]是测量时的温度为 t [$^\circ\text{C}$]的负载损耗。

式(9.17)在小容量的场合, 可把第二项的计算省略。另外, 如果是从初级求解的场合, 设 $I_2 \rightarrow I_1$ (初级电流), $r_{0t} \rightarrow r'_{0t}$ (初级换算电阻)较好。

[例题] 对某变压器施加频率是 50Hz 的交流电压, 涡流损耗是 800W。如果要求最大磁通密度不变, 施加 60Hz 的交流电压时, 涡流损耗变为多少?

[解答] 由式(9.15),把 σ_e, k_f, t 以恒定常数 k 来取代, 涡流损耗 P_e [W/kg] 为

$$P_e = kf^2 B_m^2 \text{ [W/kg]}$$

因为最大磁通密度不变, 考虑到 $P_e \propto f^2$, 所以

$$f = 50\text{Hz 时的 } P_e = 800\text{W}$$

$$f = 60\text{Hz 时的 } P_e = \left(\frac{60}{50}\right)^2 \times 800 = 1152\text{W}$$

9.5 变压器的效率

[1] 效率

效率分实测效率和规约效率, 一般情况经常采用规约效率(从所提供的图表中测定损耗, 再由实际负载求效率的方法)。效率 η [%] 是负载状态下输出 P_2 [kW] 对输入 P_1 [kW] 的比。设总损耗是 P [W], 则

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \times 100 = \frac{P_2}{P_2 + P} \times 100 [\%] \quad (9.18)$$

因为 P_2 是次级额定电压 U_2 [V], 次级负载电流 I_2 (A), 负载功率因数 $\cos\theta_2$ 的乘积, P [W] 是铁损耗 P_i [W] 和铜损耗 $P_c = I_2^2 r_0$ [W] (忽略杂散负载损耗) 的和, 所以

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos\theta_2}{U_2 I_2 \cos\theta_2 + P_i + I_2^2 r_0} \times 100 [\%] \quad (9.19)$$

在负载变化到 $\frac{1}{m}$ 的情况下, 因为铁损耗不变, 而铜损耗是按电流的平方关系随着变化, 设额定输出时的铜损耗(全负载时的铜损耗)是 P'_c [W], $\frac{1}{m}$ 负载时的铜损耗是 P_c [W], 则变成如下的关系。

$$P_c = \left(\frac{1}{m}\right)^2 P'_0 = I_2^2 r_0 [\text{W}] \quad (9.20)$$

[2] 最大效率

因为最大效率 η_{\max} 出现在铁损耗 = 铜损耗的时刻,

$$P_t = P_c = \left(\frac{1}{m}\right)^2 P'_0, \quad \frac{1}{m} = \sqrt{\frac{P_t}{P'_0}} \quad (9.21)$$

$$\eta_{\max} = \frac{\left(\frac{1}{m}\right) P'_2}{\left(\frac{1}{m}\right)^2 P'_2 + 2P_t} \times 100 [\%] \quad (9.22)$$

其中, P'_2 [W] 是额定输出功率。

<参考>最大效率出现在铁损耗 = 铜损耗时的证明如下:

(1) 由式(9.19), $\eta = \frac{U_2 \cos \theta_2}{U_2 \cos \theta_2 + \frac{P_t}{I_2} + I_2 r_0} \times 100 [\%]$, 分

母为最小时, η 变为最大。设 $\frac{d}{dI_2} \left(\frac{P_t}{I_2} + I_2 r_0 \right) = 0$, 则 $P_t = I_2^2 r_0 = P_c$, 因此铁损耗 = 铜损耗时 η 变为最大。

(2) 另外, “两个数的乘积一定时, 只有当两个数相等时, 两个数的和才最小”, 这就是代数运算的最小定理, 应用这一定理, 因为 $\frac{P_t}{I_2} \times I_2 r_0 = P_t r_0 = \text{常数}$, 所以 $\frac{P_t}{I_2} = I_2 r_0$, 亦即 $P_t = I_2^2 r_0 = P_c$ 。

[3] 全日效率

全日效率 η_{all} , 是指一日内变压器输出 (电功率) 和输入 (电功率) 的比, 效率可用下式表示

$$\eta_{\text{all}} = \frac{1 \text{ 日内全部输出的电功率}}{1 \text{ 日内全部输入的电功率}} \times 100 [\%] \quad (9.23)$$

[例题] 某单相变压器的效率在85%负载时为最大。对应于全负载以及 $\frac{1}{2}$ 负载时铜损耗和铁损耗的比各是多少?

[解答] 因为在85%负载时效率为最大,所以此时铁损耗=铜损耗,由式(9.21)

$$P_i = \left(\frac{85}{100}\right)^2 P'_c \quad (1)$$

由式(1)求出全负载时的铜损耗 P'_c 和铁损耗 P_i 的比,

$$\frac{P'_c}{P_i} = \left(\frac{100}{85}\right)^2 = \frac{1}{0.85^2} = 1.384$$

另外,设对应于 $\frac{1}{2}$ 负载时的铜损耗是 P_c ,则由式(9.20)和式(1)

$$P_c = \left(\frac{1}{2}\right)^2 P'_c = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{100}{85}\right)^2 P_i$$

因此,对应于 $\frac{1}{2}$ 负载时的铜损耗 P_c 和铁损耗 P_i 的比为

$$\begin{aligned} \frac{P_c}{P_i} &= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{100}{85}\right)^2 P_i}{P_i} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{100}{85}\right)^2 \\ &= 0.5^2 \times 1.384 = 0.346 \end{aligned}$$

9.6 变压器的三相接线和利用系数

[1] 三相连接

对于Y型接线,△型接线,V-V型接线,其接线方法、接线图及矢量图如表9.1所示

[2] V型接线的击穿容量

表 9-1

	接线图	接线图	矢量图
Y-Y 连接			
Δ-Δ 连接			
V-V 连接			

如果每一台变压器的容量是 UI ，那么 $\Delta-\Delta$ 型接线的击穿容量就变成 $3UI$ 。但是，在 V 型接线的情况下，因为是同时使用两台变压器，它的击穿容量自然就变成 $2UI$ ，线电流 = 相电流，线电压 = 相电压， V 型接线击穿输出功率，就变成 $UI \cos(30^\circ + \theta) + UI \cos(30^\circ - \theta) = \sqrt{3} UI \cos \theta$ 。如果设 $\cos \theta$ 是 100%，那么由这个式子所表示的 1 台变压器的容量就是 UI ，则

$$V \text{ 型接线的击穿容量} = \sqrt{3} UI = \sqrt{3} \times (\text{1 台变压器的容量}) \quad (9.24)$$

〔注〕 把三相变压器看成一组，作为初级击穿来处理。

〔例题〕 有匝数比是 $a:1$ 的单相变压器 3 台。如图 9.7 那样，初级绕组是三角形接线，次级绕组是星形接线，当接到三相交流电路中使用，初级绕组的端电压是 U_{11} ，初级绕组的电流是 I_{11} 。问次级绕组的端电压及电流将变成多少？其中，变压器的电阻、漏电抗及励磁电流都忽略不计。

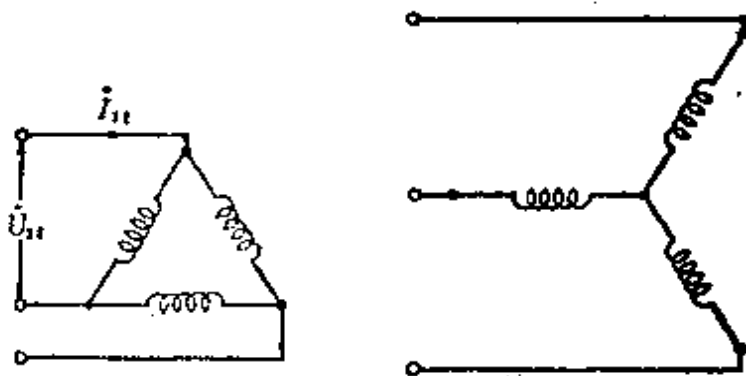


图 9.7

〔解答〕 因为电阻、电抗及励磁电流都忽略不计，所以变压器初级电压与次级电压的比等于匝数比 a ，

$$\text{次级端电压 } U_{21} = \sqrt{3} \frac{U_{11}}{a} [\text{V}]$$

另外,根据题意,因为功率传输的损耗都可忽略不计,所以初级三相的输入与次级三相的输出相等。

因此, $\sqrt{3}U_{11}I_{11} = \sqrt{3}U_{21}I_{21}$

$$I_{21} = \frac{U_{11}I_{11}}{U_{21}} = \frac{U_{11}I_{11}}{\sqrt{3}U_{11}}a = \frac{a}{\sqrt{3}}I_{11} [\text{A}]$$

9.7 变压器的并网运行

[1] 单相变压器的并网运行

把图 9.8 的次级绕组换算后的简化等效电路作为描述两台单相变压器 A、B 并网运行的等效电路。单相变压器两台以上并网运行时要很好地满足以下四个条件:

(1) 接线时应使其极性增强(一致)。

(2) 空载时没有循环电流。各变压器的初级、次级的额定电压也就是匝数比 a 要相等。

(3) 负载电流应按变压器容量的比例分流。各变压器的阻抗电压也就是阻抗降落的百分比应相等。如图 9.8 所示,如果设 A、B 两台变压器的次级额定电流是 I_a 、 I_b , 次级换算阻抗是 $|Z_a| = \sqrt{r_a^2 + x_a^2}$, $|Z_b| = \sqrt{r_b^2 + x_b^2}$, 阻抗电压及阻抗降

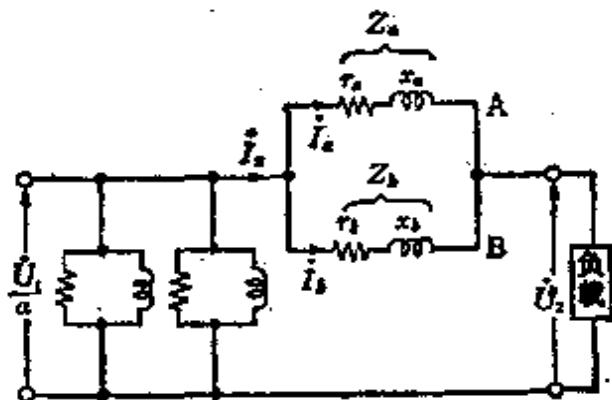


图 9.8

落百分比分别为 U_{i_a} 、 U_{i_b} 、 $|Z_a|$ 、 $|Z_b|$ ，次级额定电压是 U_2 (A 、 B 电压相同)，则

阻抗降落百分比相等时，变为

$$\left. \begin{aligned} |Z_a| = |Z_b|, \quad \frac{|Z_a| I_a}{U_2} \times 100 = \frac{|Z_b| I_b}{U_2} \times 100, \\ U_{i_a} = U_{i_b}, \quad |Z_a| I_a = |Z_b| I_b \end{aligned} \right\} \quad (9.25)$$

$$\frac{I_a}{I_b} = \frac{|Z_b|}{|Z_a|} \text{ 或者 } I_a : I_b = \frac{1}{|Z_a|} : \frac{1}{|Z_b|} \quad (9.26)$$

阻抗电压，或者阻抗降落的百分比相等时，因为负载电流与阻抗成反比例，所以容量是按正比分流的。

(4) 各变压器的负载电流应该是相同的。各变压器的内部电阻和电抗的比，分别都是相等的。由图 9.8

$$r_a : x_a = r_b : x_b, \quad \frac{x_a}{r_a} = \frac{x_b}{r_b} \quad (9.27)$$

[2] 三相变压器的并网运行

除了满足单相变压器并网运行的四个条件外，还需要满足条件(5)，角位移[连接中点和 U 及 v 的两条直线 \overrightarrow{OU} 所成的角叫做角位移，现在把 \overrightarrow{ov} 滞后的情况定为 (+)] 相等也是必要的。

[例题] 有一台 $300\text{kV}\cdot\text{A}$ 、 $20\text{kV}:3\text{kV}$ 的单相变压器，它的初级阻抗电压的测量值是 420V ，全负载时的铜损耗是 2.25kW 。希望把一台 $200\text{kV}\cdot\text{A}$ 、 $20\text{kV}:3\text{kV}$ 的单相变压器与它并联联接，该变压器次级阻抗电压的测量值是 64V ，全负载时的铜损耗是 1.45kW ，问结果将怎么样？其中，漏电抗对电阻的比是极小的。

[解答] 把 $300\text{kV}\cdot\text{A}$ 变压器的初级阻抗电压换算到次级, $420 \times \frac{3}{20} = 63\text{V}$, $200\text{kV}\cdot\text{A}$ 变压器的次级阻抗电压是 64V , 两者大致相等。另外, 铜损耗无论是初级还是次级其值都相等; 因为漏电抗极小, 所以阻抗压降的百分比和电阻压降的百分比都被看作是相等的。现在, 以电阻压降的百分比进行比较

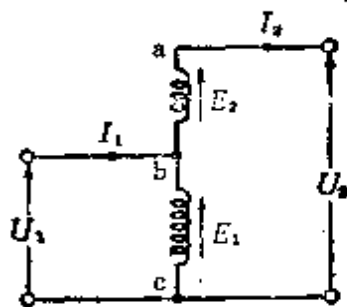
$$300\text{kV}\cdot\text{A} \text{ 时} \quad \frac{2.25}{300} \times 100 = 0.75\%$$

$$200\text{kV}\cdot\text{A} \text{ 时} \quad \frac{1.45}{200} \times 100 = 0.725\%$$

根据以上分析, 因为数值非常接近, 所以在满足假定条件下, 即使是并联连接也无妨。

9.8 特殊变压器

[1] 自耦变压器(图 9.9)



ab 为串联绕组 bc 为分路绕组

图 9.9

自耦变压器因为是把初级、次级各自的绕组作为绕组的一部分共同使用, 所以把绕组 ab 叫做串联绕组, 把绕组 bc 叫做分路绕组。现在, 假设自耦变压器的励磁电流、阻抗可以忽

略,分路绕组的匝数 N_1 和串联绕组的匝数 N_2 的匝数比 $a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2}$, 那么负载电压 U_2 为

$$U_2 = U_1 + \frac{U_1}{a} [\text{V}] \quad (9.28)$$

另外, 因为自耦变压器容量 $P_a [\text{V} \cdot \text{A}]$ 和负载容量 $P_L [\text{V} \cdot \text{A}]$ 的关系, 是和普通变压器的容量相同, 即 $P_a = E_2 I_2 [\text{V} \cdot \text{A}]$, 所以

$$P_L = U_2 I_2 = U_2 \frac{P_a}{E_2} = \frac{U_2}{E_2} P_a [\text{VA}] \quad (9.29)$$

$$P_a = \frac{E_2}{U_2} P_L [\text{V} \cdot \text{A}] \quad (9.30)$$

[2] 自耦变压器的三相接线

各接线图和矢量图表示在表 9.2 中。

[例题] 应用如图 9.9 所示那样的自耦变压器, 想要把单相交流电压从 3000V 升高到 3300V。现在, 如果在 3000V 侧供给的电流是 22A, 那么自耦变压器的容量应该是多少? 其中, 绕组的内部的电压降, 励磁电流及损耗都忽略不计。

[解答] 因为初级视在功率和次级视在功率相等, 所以

$$U_1 I_1 = U_2 I_2, I_2 = \frac{U_1}{U_2} I_1 = \frac{3000}{3300} \times 22 = 20 \text{A}$$

另外, 由式 (9.30), 自耦变压器的容量 $P_a [\text{kV} \cdot \text{A}]$ 为

$$\begin{aligned} P_a &= \frac{E_2}{U_2} P_L \times 10^{-3} = \frac{E_2}{U_2} (U_2 I_2) \times 10^{-3} \\ &= E_2 I_2 \times 10^{-3} = 300 \times 20 \times 10^{-3} = 6 \text{kV} \cdot \text{A} \end{aligned}$$

表 9.2

接线方式	接线图	矢量图	一台自耦变压器的容量
(1) 星形接线			$P_{ar} = eI_A = \frac{P_{s2}}{3} \times \frac{u}{U_A} \quad [\text{V} \cdot \text{A}]$ <p>其中, $P_{s2} = \sqrt{3} U_A I_A$ $u = U_A - U$</p>
(2) V形接线			$P_{ar} = eI_A = \frac{P_{s2}}{\sqrt{3}} \times \frac{u}{U_A} \quad [\text{V} \cdot \text{A}]$ <p>其中, $P_{s2} = \sqrt{3} U_A I_A$ $u = U_A - U$</p>

续表

接线方式	接线图	矢量图	一台自耦变压器的容量
延边三角 形接线 (S)			$P_{\Delta} = e I_{\Delta} = \frac{2P_{SL}}{3\sqrt{3}} \times \frac{u}{U_k} \quad [\text{V} \cdot \text{A}]$ <p>其中, $U_k \cos U_1 + \frac{3}{2} e$</p> $P_{SL} = \sqrt{3} U_k I_{\Delta} U = U_k - U$

10. 电机(感应机)

10.1 感应电动机的转速和转差率

(1) 转差率 已经知道,阿拉哥圆盘应用了旋转原理。感应电动机也就是应用了这个原理。感应电动机为了发生转矩,它的转速必须比旋转磁场的速度要慢一些。因此,设转子的转速是 n_r [r/min], 而定子旋转磁场的转速(同步转速)是 n_s [r/min], 所以转差率 s 为

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} \quad (10.1)$$

〈注〉 用百分比来表示全负载时转差率的范围是 4~5%。

(2) 转速 由式(10.1)得转子的转速 n_r [r/min] 为

$$n_r = n_s - sn_s = n_s(1-s) \quad [\text{r/min}] \quad (10.2)$$

(3) 同步转速 参照同步机 11.2 节的[2]

$$n_s = \frac{120f}{p} [\text{r/min}] \quad (10.3)$$

(4) 转差率速度 转差率速度 sn_s , 就是转子表面上的速度, 等于 $n_s - n_r$

$$\left. \begin{aligned} sn_s &= \frac{120sf}{p}, sf = f_2 \\ f_2 &\text{ 是转差率的频率数 [Hz]} \end{aligned} \right\} \quad (10.4)$$

〔例题〕 60Hz、6 极的三相感应电动机, 在全负载时的转速是 1140r/min。转差率的百分比是多少?

【解答】 这个电动机的同步转速 n_s 由式(10.3)可知

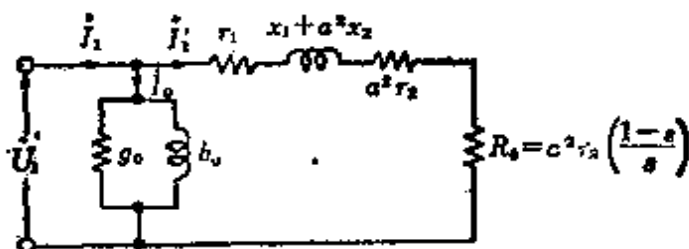
$$n_s = \frac{120f}{p} = \frac{120 \times 60}{6} = 1200 \text{ r/min}$$

从而,由式(10.1)

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} = \frac{1200 - 1140}{1200} = 0.05 = 5\%$$

10.2 感应电动机的简化等效电路

对三相感应电动机的初级进行换算后,每一相的简化等效电路如图 10.1 所示。



对初级换算后每一相的简化等效电路

图 10.1

(1) 初级负载电流

$$I_1' = \frac{U_1}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{a^2 r_2}{s}\right)^2 + \left(x_1 + a^2 x_2\right)^2}} [\text{A}] \quad (10.5)$$

(2) 转子输入功率(次级输入功率)

$$P_2 = I_1'^2 (a^2 r_2 + R_0) = I_1'^2 \times \frac{a^2 r_2}{s} [\text{W}] \quad (10.6)$$

(3) 转子输出功率(产生机械功率)

$$P_0 = I_1'^2 R_0 = I_1'^2 a^2 r_2 \left(\frac{1-s}{s}\right) = P_2 (1-s) [\text{W}] \quad (10.7)$$

(4) 次级铜损耗

$$P_{o_2} = P_2 - P_0 = sP_2 = I_1'^2 a^2 r_2 [\text{W}] \quad (10.8)$$

(5) 转子效率(次级效率)

$$\frac{P_0}{P_2} = (1-s) \quad (10.9)$$

(6) 定子输入功率(初级输入功率)

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \theta \quad (10.10)$$

其中, $\cos \theta$ 是从初级看进去的等效电路的功率因数。

(7) 效率

$$\eta = \frac{P_0}{P_1} = \frac{P_2(1-s)}{P_1} \quad (10.11)$$

其中, 在 P_0 中已包含机械损耗。

<注>(1) 鼠笼形转子的表面, 因为从次级无法进行实测, 等效电路通常还是对初级进行换算。

<注>(2) 对于图 10.1, 励磁电流 I_0 在初级绕组中的阻抗压降忽略不计, 另外, 把次级绕组的阻抗换算到初级, 与初级绕组的阻抗耦合后的等效电路通称 L 形等效电路。

<注>(3) 定子、转子的有效匝数比 a 一般可视为 1。

[例题] 额定输出功率是 7.5kW、4 极、60Hz 的三相感应电动机, 全负载运行时的转速是 1710r/min。这时次级输入功率以及次级铜损耗分别是多少? 其中, 机械损耗是 100W。

[解答] 这个电动机的同步转速 n_s [r/min] 由式(10.3) 可得

$$n_s = \frac{120f}{p} = \frac{120 \times 60}{4} = 1800 \text{r/min}$$

另外,全负载运行时的转差率 s 由式(10.1)可得

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} = \frac{1800 - 1710}{1800} = 0.05$$

因此,次级输入功率(三相平均) P'_2 [W]由式(10.7)求出

$$P'_2 = 3P_2 = \frac{3P_0}{1-s} = \frac{7.5 \times 10^3 + 100}{1-0.05} = 8000 \text{ W} = 8 \text{ kW}$$

还有,次级的铜损耗 P'_{c2} [W]由式(10.8)求出

$$P'_{c2} = 3P_{c2} = 3sP_2 = s \times 3P_2 = 0.05 \times 8000 = 400 \text{ W}$$

10.3 感应电动机的转矩特性

[1] 转矩

与8.6节所描述的直流机相同,设感应电动机每一相的转矩是 T [N·m],则

$$T = \frac{P_0}{\omega} = \frac{P_0}{\omega_s} \text{ [N·m]} \quad (10.12)$$

因为 $P_0 = P_2(1-s)$, $\omega = \frac{2\pi}{60}n_r$, $n_r = n_s(1-s)$, $\omega_s = \frac{2\pi}{60}$

n_s ,所以,转矩 T 和同步转速时的输入功率(同步功率) P_2 成正比。

[2] 同步功率

因为 $T = \frac{P_2}{\omega_s}$, $P_2 = \omega_s T$,所以这个转子的输入功率 P_2 以及转差率 s 时的转矩 T ,可表示为以同步转速旋转时的输出(瓦特),把这叫做同步功率。

[3] 转矩特性和比例推移(图 10.2)

$$T = \frac{P_2}{\omega_s} = \frac{P}{4\pi f} I_1'^2 \frac{a^2 r_2}{s}$$

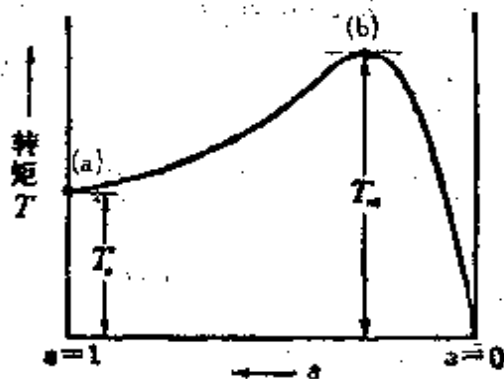


图 10.2 三相感应电动机的转差率、转矩特性曲线

- (a) 起动转矩: T_s ,
- (b) 临界转矩(最大转矩) T_m

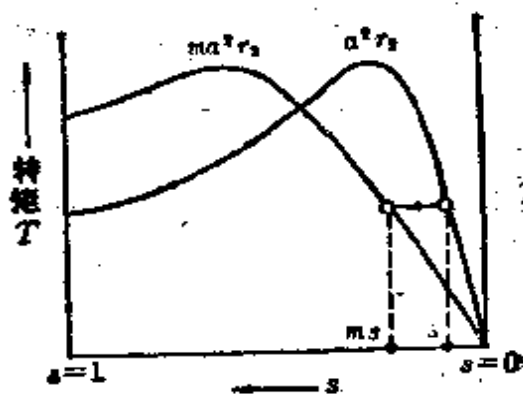


图 10.3 比例推移

$$\begin{aligned}
 &= \frac{PU_1^2}{4\pi f \left\{ \left(r_1 + \frac{a^2 r_2}{s} \right)^2 + (x_1 + a^2 x_2)^2 \right\}} \\
 &\quad \times \frac{a^2 r_2}{s} [\text{N} \cdot \text{m}] \quad (10.13)
 \end{aligned}$$

在式中,除转差率 s 以外都是常数,因为 $\frac{a^2 r_2}{s}$ 是可变量,把分子、分母再乘以 m 倍,

$$\frac{a^2 r_2}{s} = \frac{m a^2 r_2}{m s}, \quad \frac{r_2}{s} = \frac{m r_2}{m s} = \frac{r_2 + R}{m s} \quad (10.14)$$

其中, R 是次级各相的附加电阻。

它的转矩象图 10.3 所示那样,把所发生的不影响同一转矩大小的移动现象叫做比例推移。

<注>(1) 最大转矩,一般发生在转差率的 30% 附近。

<注>(2) 临界转矩,如果所需要的负载在最大转矩以上,感应电动机的速度要减小,甚至会停下来,这个最大转矩叫做临界转矩。

[例题] 一台 200V、50Hz、4 极、20kW 的三相感应电动机。全负载运行时的转速是 1440r/min，同步功率应该是多少？

[解答] 因为同步功率和转子输入功率 P_2 [W] 相等，由式(10.12)

$$P_2 = \frac{\omega_s}{\omega} P_0 = \frac{n_s}{n_r} P_0 = \frac{n_s}{n_s(1-s)} P_0 = \frac{P_0}{1-s}$$

在这里，因为这个电动机的同步转速变为 $n_s = \frac{120f}{p} =$

$\frac{120 \times 50}{4} = 1500$ r/min，而转差 s 为

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s} = \frac{1500 - 1440}{1500} = \frac{60}{1500} = 0.04$$

因此，设全负载时的同步功率(三相部分)是 P'_2 [W]，则

$$P'_2 = 3P_2 = \frac{3P_0}{1-s} = \frac{20 \times 10^3}{1-0.04} = 20.83 \times 10^3 \text{ W} = 20.83 \text{ kW}$$

10.4 感应电动机的圆图(图 10.4)

由图 10.1

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}'_1 = \dot{U}_1 \left[(g_0 - jb_0) + \frac{1}{\left(r_1 + \frac{\alpha^2 r_2}{s} \right) + j(x_1 + \alpha^2 x_2)} \right] \quad (10.15)$$

式(10.15)中，仅仅是转差率变化，其他都是常数，所以 \dot{I}'_1 端点的轨迹可用半圆弧来描述(参照第 4 章 4.6 节的矢量轨迹)。从而， \dot{I}_1 可象图 10.4 那样用 \dot{I}_0 和 \dot{I}'_1 的合成矢量来表示。另外，把图 10.4 用电流标度来表示，对应于任意输出

〈注〉 根据实测数据作L形圆图时,应考虑以下几点:

(1) 要注意,由于是把励磁电流作为空载电流来处理,当然是包含机械损耗的励磁电流。

(2) 各线电流的不平衡系数必须在50%以内。

(3) 描绘圆图时圆的半径应在10cm以上。

[例题] 描绘三相感应电动机的圆图,从圆图中求最大功率因数? 其中,总漏抗是 $a\%$,励磁电流是 $b\%$,机械损耗以及铁损耗忽略不计。

[解答] 因为机械损耗和铁损耗忽略不计,所以可以描绘成图10.5那样的圆周。这里,设每相的额定电流、额定电压分别是 I_1, U_1 ,则

$$b = \frac{I_0}{I_1} \times 100[\%] \quad (1)$$

$$a = \frac{I_1 X}{U_1} \times 100[\%] \quad (2)$$

其中, I_0 是励磁电流, X 是总漏抗。

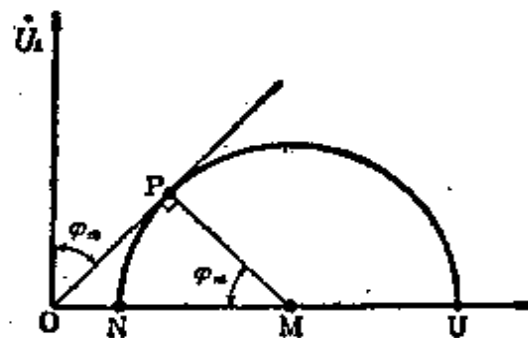


图 10.5

由图10.5, $\overline{ON} = I_0 = \frac{bI_1}{100}$, $\overline{NM} = \frac{\overline{NU}}{2} = \frac{U_1}{2X} = \frac{100I_1}{2a}$ (参

照第4章4.6节)

$$\begin{aligned} \text{因此, } \cos \varphi_m &= \frac{\overline{MP}}{\overline{ON} + \overline{NM}} = \frac{\overline{NM}}{\overline{ON} + \overline{NM}} = \frac{1}{\frac{\overline{ON}}{\overline{NM}} + 1} \\ &= \frac{1}{\frac{bI_1}{100} \times \frac{2a}{100I_1} + 1} = \frac{1}{2ab \times 10^{-4} + 1} \end{aligned}$$

10.5 感应电动机的起动及转速调节

[1] 起动电流和起动转矩

(1) 起动电流 在式(10.5)中 $s=1$ 时, 励磁电流可忽略, 因此起动电流 I_s [A] 为

$$I_s = \frac{U_1}{\sqrt{(r_1 + a^2 r_2)^2 + (x_1 + a^2 x_2)^2}} [\text{A}], I_s \propto U_1 \quad (10.17)$$

(2) 起动转矩 在式(10.13)中 $s=1$ 时, 设 $\frac{p}{4\pi f} = K_0$,

起动转矩 T_s [N·m] 为

$$T_s = K_0 \frac{U_1^2 a^2 r_2}{(r_1 + a^2 r_2)^2 + (x_1 + a^2 x_2)^2} [\text{N}\cdot\text{m}], \quad T_s \propto U_1^2 \quad (10.18)$$

[2] 转速调节 由式(10.2)、式(10.3) 转子的转速 n_r [r/min] 为

$$n_r = \frac{120f}{p} (1-s) \quad [\text{r}/\text{min}] \quad (10.19)$$

通过改变式中的 p 、 f 、 s 三个参数, 能够实现转速调节。

(1) 在转子电路中接入电阻的方法 (改变转差率 s 的法法)。

(2) 改变供电电源频率 f 的方法。

(3) 改变极数 p 的方法

[例题] 有一台 5.5kW 的三相感应电动机。在额定电压 200V 下起动, 起动电流是 120A, 起动转矩是 150%。在这里如果用 Y- Δ 转换开关控制起动, 起动电流以及起动转矩将怎样变化?

[解答] 由式(10.17), 因为 $I_s \propto U_1$, 所以设相电压是 U_p

$$\text{Y 接线的场合 } I_Y = \frac{U_p}{|Z|}$$

$$\Delta \text{接线的场合 } I_\Delta = \frac{\sqrt{3}U_p}{|Z|} \times \sqrt{3} = 3 \frac{U_p}{|Z|}$$

其中, I_Δ 是三角形接线时的线电流, I_Y 是星形接线时的线电流, Z 是一相的阻抗。

$$\text{所以, } \frac{I_Y}{I_\Delta} = \frac{1}{3}, \quad I_Y = \frac{1}{3}I_\Delta = \frac{1}{3} \times 120 = 40\text{A}$$

另外, 根据式(10.18)起动转矩 T_s 与一相所施加的电压的平方成正比

$$T_s = 150 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 50\%$$

11. 电机(同步电机)

11.1 同步电机的感应电动势和同步转速

[1] 感应电动势的有效值

Z 根串联导体在磁极下通过时产生的电动势的平均值用 $E_{av} = \frac{\Phi}{t} Z$ 来表示, $Z = 2N_t$ [根] (N_t 为线圈数), $t = \frac{1}{2f}$ [s] (f 是频率数 [Hz]), 另外, 因为在正弦波情况下波形系数是 1.11, 设绕组系数是 k_w , 用 E_1 表示电动势的有效值, 则

$$\begin{aligned} E_1 &= 1.11 E_{av} = 1.11 \Phi \times 2f \times 2N_t k_w \\ &= 4.44 k_w f N_t \Phi [\text{V}] \end{aligned} \quad (11.1)$$

[2] 同步转速

同步电机的极数是 p , 每秒钟的转速是 n'_s [r/s]*, 频率是 f [Hz], 也可以写成 $f = \frac{p}{2} n'_s$ [Hz], 设每分钟的转速是 n_s [r/min], 则

$$n_s = \frac{120f}{p} [\text{r/min}] \quad (11.2)$$

[3] 绕组系数

绕组系数 k_w 是分布系数 k_d 和短距系数 k_s 的乘积, 其值小于 1 ($k_w < 1$)

$$k_w = \frac{k_d k_s}{k_o} \quad (11.3)$$

* 原书每秒转速记为 n_s , 为使全书格式统一, 将 n_s 改记为 n'_s , 下同——译者。

〔注〕 因为实际空气隙磁通的分布不是正弦波,所以引进磁通分布系数 k_w 予以校正。 k_w 的取值范围为 $k_w=0.9\sim 0.95$ 。

〔例题〕 频率是 50Hz, 极数是 44 的同步发电机的转子直径是 7.2m 时,求它的圆周速度是多少?

〔解答〕 这个同步发电机的每秒同步转速是 n'_s [r/s], 则由式 (11. 2)

$$n'_s = \frac{n_s}{60} = \frac{2f}{p} = \frac{2 \times 50}{44} \quad \text{r/s}$$

在这里,设转子的直径是 D [m], 圆周速度是 v [m/s], 则

$$v = \pi D n'_s = 3.14 \times 7.2 \times \frac{2 \times 50}{44} = 51.38 \text{m/s}$$

11.2 同步电机的输出和负载角

〔1〕 发电机一相分量的等效电路和矢量图

图 11. 1 所示是非凸极机(圆筒形磁极) 场合的一相分量的等效电路图(a)和矢量图(b)。图中 r_a 是电枢绕组一相分量的电阻, x_s 是同步电抗(等效电抗和漏电抗的和), $Z_s = r_a + jx_s$ 是同步阻抗, δ 是负载角(或者是内部相位差角), θ 是功率因数角。

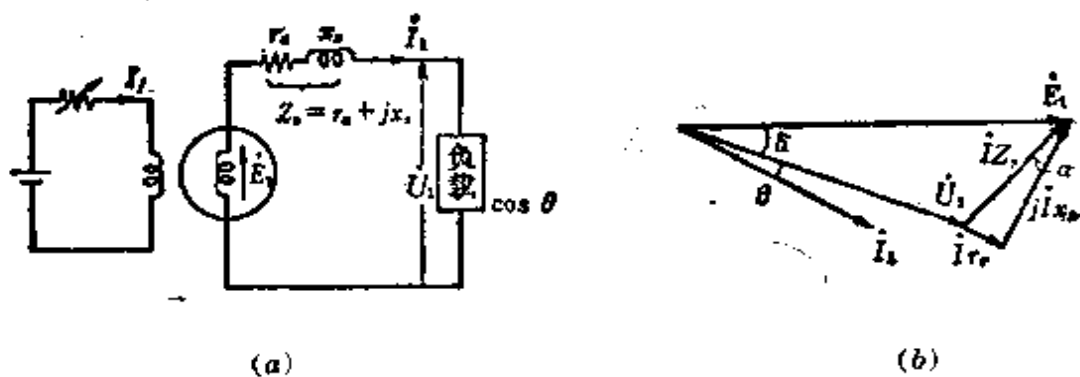


图 11.1

<注>(1) 等效电抗 电枢反应的磁化和去磁作用, 其结果是使端电压发生变化, 因而能够看作是等效电抗。

<注>(2) 圆筒形磁极(火力发电用)的场合 横轴、直轴的反作用可看作是相同的。

[2] 发电机输出和负载角

发电机(非凸极机)一相分量的输出功率 $P_{1\phi}$, 因为 r_a 与 x_s 相比非常小, 所以设 $Z_s \approx jx_s$, 则

$$P_{1\phi} = \frac{U_1 E_1}{x_s} \sin \delta [\text{W}] \quad (11.4)$$

<参考> 如果不把 r_a 忽略掉, 则 $P_{1\phi} = \frac{U_1 E_1}{Z_s} \sin(\alpha + \delta) -$

$$\frac{U_1^2}{Z_s} \sin \alpha, \alpha = \tan^{-1} \frac{r_a}{x_s}。$$

[3] 电动机一相分量的等效电路和矢量图

图 11.2 所示是非凸极机的一相分量的等效电路图(a)和矢量图(b)(与图 11.1 所示的发电机场合相比较)。

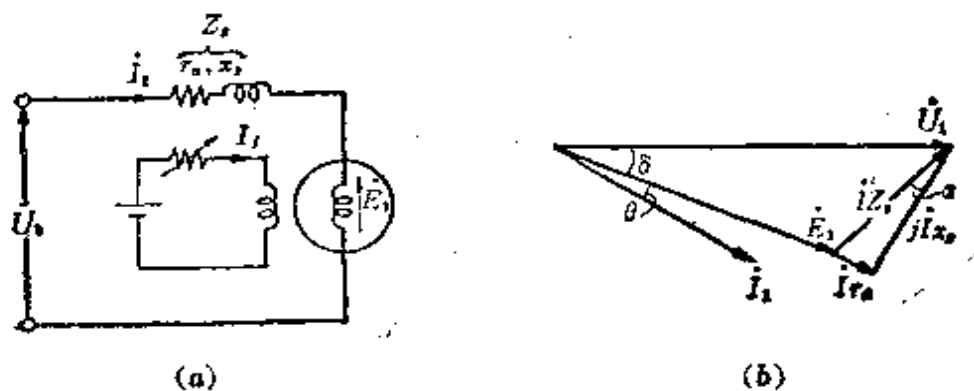


图 11.2

[4] 电动机输出和负载角

\dot{U}_1 与 \dot{E}_1 之间的相位差角 δ , 和发电机的情况相同, 也叫做负载角。 \dot{E}_1 与 \dot{I}_1 之间的相位差用 θ 表示, 电动机一相分

量的输出功效是 $P_{1\phi}$, 因为和发电机情况相同, 即 $r_a \ll x_s$, 所以 $Z_s \approx jx_s$, 因此

$$P_{1\phi} = \frac{U_1 E_1}{x_s} \sin \delta \quad (11.5)$$

〈参考〉 如果不把 r_a 忽略掉, 则 $P_{1\phi} = \frac{U_1 E_1}{Z_s} \sin(\alpha + \delta)$

$$- \frac{E_1^2}{Z_s} \sin \alpha_0$$

[5] 电动机的转矩

因为同步电动机是恒速电动机, 所以转矩和输出成正比。从而每一相的转矩 T [N·m] 为

$$T = \frac{P_{1\phi}}{\omega_s} = \frac{U_1 E_1}{\omega_s x_s} \sin \delta = \frac{p U_1 E_1}{4\pi f x_s} \sin \delta \text{ [N·m]} \quad (11.6)$$

其中, ω_s 是同步角速度 ($\omega_s = \frac{2\pi n_s}{60}$)。

另外, 同步电动机在额定电压和励磁电流一定的情况下, 把负载徐徐增加时会出现负转矩, 把负转矩的限度叫做逸出转矩, 逸出转矩发生在 $\delta = 90^\circ$ 的时候。设逸出转矩是 T_m [N·m], 则

$$T_m = \frac{p U_1 E_1}{4\pi f x_s} \text{ [N·m]} \quad (11.7)$$

〈参考〉 如果不把 r_a 忽略掉, 则

$$T = \frac{p}{4\pi f} \left[\frac{U_1 E_1}{Z_s} \sin(\delta + \alpha) - \frac{E_1^2}{Z_s} \sin \alpha \right] \text{ [N·m]}$$

$$T_m = \frac{p}{4\pi f} \left[\frac{U_1 E_1}{Z_s} - \frac{E_1^2}{Z_s} \sin \alpha \right] \text{ 其中, } \delta = 90^\circ - \alpha$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{r_a}{x_s}$$

[例题] 当同步电动机每相的转矩是 $T = \frac{pU_1 E_1}{4\pi f x_s} \sin \delta$ [N·m] 时, 把发生逸出转矩的点表示出来。另外, 同步输出功率表示成 $P_s = \frac{dT}{d\delta}$ 时, 把转矩特性用图表示出来, 并且表示同步输出变为最大的点和变为零的点。

[解答] 因为同步电动机是恒速电动机, 所以输出和转矩成正比。从而, 电动机的每一相输出功率 $P_{1\phi}$ 可由式(11.5)表示。

$$P_{1\phi} \propto T = K \sin \delta [\text{N} \cdot \text{m}], \quad \text{其中 } K = \frac{pU_1 E_1}{4\pi f x_s} \quad (1)$$

式(1)将成为象图 11.3 那样的正弦特性曲线。发生逸出转矩的点是 $\delta = 90^\circ$ 时的 A 点。

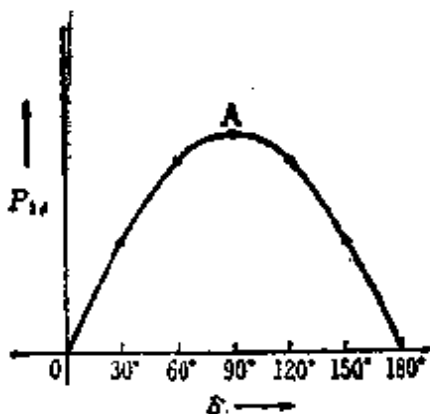


图 11.3

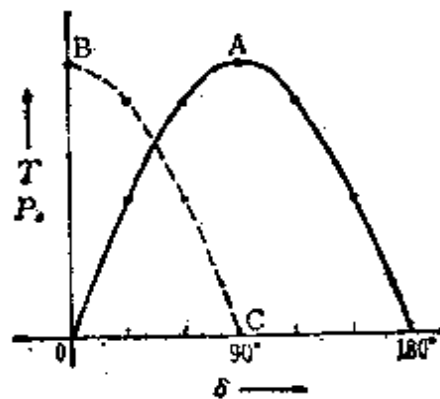


图 11.4

其次, 同步输出功率 P_s 可表示成

$$P_s = \frac{dT}{d\delta} = \frac{d}{d\delta} K \sin \delta = K \cos \delta \quad (2)$$

即成为象图 11.4 折线那样的余弦特性曲线。B 点是输出变为最大的点 ($\delta = 0^\circ$), C 点是输出变为零的点 ($\delta = 90^\circ$)。

11.3 同步发电机的同步阻抗和短路比

[1] 同步阻抗

象 11.2 节[1]中叙述的那样，同步电抗是等效电抗和漏电抗的和，同步阻抗可用同步电抗 x_s 和电枢电阻 r_a 的矢量和来表示。另外，同步电抗对应于同一励磁电流在每一相中产生的感应电动势 E_1 和短路电流 I_s 的比值。

$$Z_s = r_a + jx_s, \quad |Z_s| = \sqrt{r_a^2 + x_s^2} [\Omega] \quad (11.8)$$

$$|Z_s| = \frac{E_1}{I_s} [\Omega]$$

这个阻抗 Z_s 可用百分比阻抗或单位法阻抗表示。

$$Z_s \% = \frac{I_1 Z_s}{U_1} \times 100 [\%], \quad \text{或者 } Z_s = \frac{I_1 Z_s}{U_1} (\text{小数}) \quad (11.9)$$

其中， U 是每相的额定电压 [V]， I_1 是每相的额定电流 [A]。

〈注〉 同步电抗 x_s 也可以表示成同样的形式。

[2] 短路比(图 11.5)

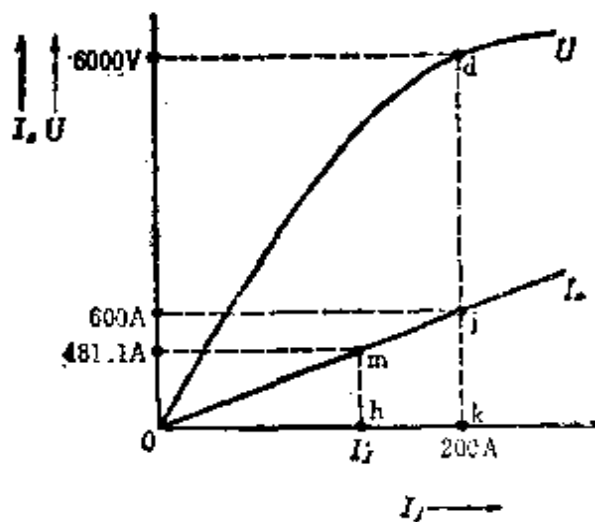


图 11.5

把在空载饱和曲线 U 上产生额定电压所需要的励磁电流 $\overline{0k}$ 和在三相短路曲线 I_s 上产生额定电流所需要的励磁电流 $\overline{0h}$ 的比值叫做短路比 K_s ,

$$K_s = \frac{\overline{0k}}{\overline{0h}} = \frac{1}{\text{单位法 } Z_s} = \frac{100}{Z_s\%} \quad (11.10)$$

〈注〉(1) K_s 的值通常取为 1 附近的值。铁制电器 >1 , 铜制电器 <1 。

〈注〉(2) $\frac{1}{K_s}$ = 单位法 Z_s , 可表示为

$$Z_s = \frac{\overline{kd}}{\sqrt{3} \overline{kj}}, \quad \overline{kj} = \overline{hm} \times \frac{\overline{0k}}{\overline{0h}} = \overline{hm} K_s$$

$$\text{所以 } \frac{1}{K_s} = \frac{\overline{0h}}{\overline{0k}} = \frac{\overline{hm}}{\overline{kj}} = \frac{\sqrt{3} Z_s \overline{hm}}{\overline{kd}} \quad \text{单位法 } Z_s$$

〔例题〕 一台额定电压是 6000V、额定输出容量是 5000 kV·A 的三相同步发电机, 在额定转速运行时, 与励磁电流 200A 相对应的空载端电压是 6000V。短路电流是 600A。求这台发电机的短路比。

〔解答〕 设三相同步发电机的额定电流 I [A] 为

$$I = \frac{5000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6000} = \frac{\sqrt{3} \times 5000}{18} = 481.1 \text{ A}$$

其次, 在三相短路时, 因为短路特性曲线是图 11.6 那样的直线, 所以额定电流就变成励磁电流 I'_f [A] ($\overline{0h}$), 由此, $\triangle Omh \sim \triangle Ojk$,

$$481.1:600 = I'_f:200$$

因此

$$I'_f = \frac{481.1 \times 200}{600} = 160.4 \text{ A}$$

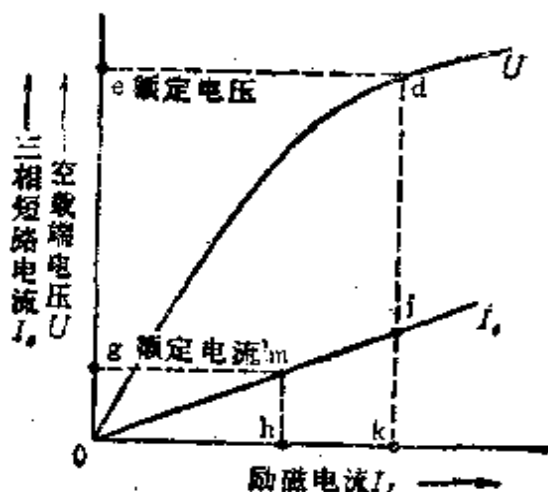


图 11.6

从而,由式(11.10)求出短路比 K_s 为

$$K_s = \frac{\overline{ok}}{\overline{oh}} = \frac{200}{160.4} = 1.247 \approx 1.25$$

11.4 同步发电机的电压波动系数和外部特性

[1] 电压波动系数

空载时,在转速及励磁一定,同时又要保证额定输出(额定电压、额定电流、指定的功率因数)的情况下,为了用额定电压 $U[V]$ 的百分比来表示端电压 $E[V]$ 的波动值,设电压波动系数是 $e[\%]$,则

$$e = \frac{E - U}{U} \times 100[\%] \quad (11.11)$$

一般情况,因为实际测量是困难的,所以经常采用磁动势法、电动势法等方法来求电压波动系数。

(1) 磁动势法 从空载曲线和三相短路特性曲线上求任意功率因数下的额定输出时的励磁电流。这个励磁电流可

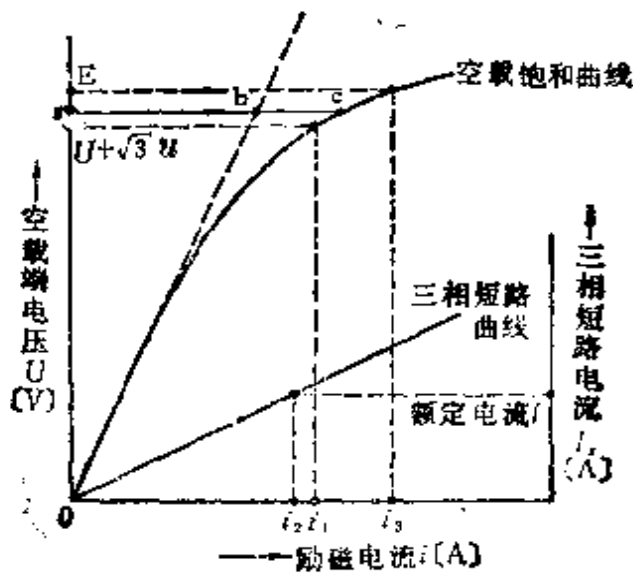


图 11.7

以从与之对应的空载电压的饱和曲线上用计算的方法来求电压波动系数(参照图 11.7)。

设额定电压是 U ，额定电流是 I ，对应于滞后功率因数 $\cos\theta$ 场合的励磁电流是 i_3 ，则

$$i_3 = \sqrt{i_1^2 + (ki_2)^2} + 2i_1(ki_2)\sin\theta \quad (11.12)$$

但是， E 是与空载饱和曲线上 i_3 相对应的空载电压， u 是与电枢每一相的电流 I 相对应的电阻压降， i_1 是与空载饱和曲线上 $(U + \sqrt{3}u)^{*1}$ 相对应的励磁电流， i_2 是与三相短路特性曲线上的额定电流 I 相对应的励磁电流。

为了求与 i_3 相对应的空载电压 E ，从而由式(11.11)来求电压波动系数^{*2}。把式(11.12)的 k 值由表 11.1 来表示。

*1 原书图 11.7 的空载饱和曲线上的标注为 $V + \sqrt{3}u$ ——译者。

*2 原书(详细情况参照 JEC114-1964)一句，译文中省略——译者。

表 11.1 式(11.12)的 k 值(考虑磁路饱和后的系数)

负载功率因数 $\cos\theta$	1.0	0.95	0.90	0.85	0.80	0
凸极机	1.0	1.10	1.15	1.20	1.25	$1+\sigma$
圆筒磁极机	1.0	1.00	1.05	1.10	1.15	$1+\sigma$

σ 是对应于空载饱和和曲线上 1.2 V 的饱和系数 bc/ac , 表中的 $\cos\theta$ 是滞后功率因数。

(2) 电动势法 从空载饱和曲线和零功率因数全负载饱和曲线(在负载图中, 有同容量的两台电机 A、B 正在并联运行, A 机的励磁强些, B 机的励磁弱些, 这样在两电机之间由于存在电动势差而流有无功环流。滞后 90° 的电流对于励磁强的 A 机起去磁的作用, 超前 90° 的电流对励磁弱的 B 机起增磁的作用, 使其端电压趋于相等, 从读取的励磁电流和端电压的关系可知, 这个无功环流通常是包括在全负载电流内), 求任意功率因数饱和曲线的方法。

【例题】 对于 3300 V、300 A 的单相同步发电机, 电枢电阻 $r_a=0.25 \Omega$, 同步电抗 $x_s=2.6 \Omega$, 求功率因数是 1 及滞后功率因数是 0.8 时的电压波动系数。

【解答】 根据题意

$$I r_a = 300 \times 0.25 = 75 \text{ V}, I x_s = 300 \times 2.6 = 780 \text{ V}$$

(1) 功率因数是 1 时[图 11.8(a)]

$$e = \frac{E - U}{U} \times 100 = \frac{\sqrt{(U + I r_a)^2 + (I x_s)^2} - U}{U} \times 100$$

$$= \frac{\sqrt{(3300 + 75)^2 + 780^2} - 3300}{3300} \times 100$$

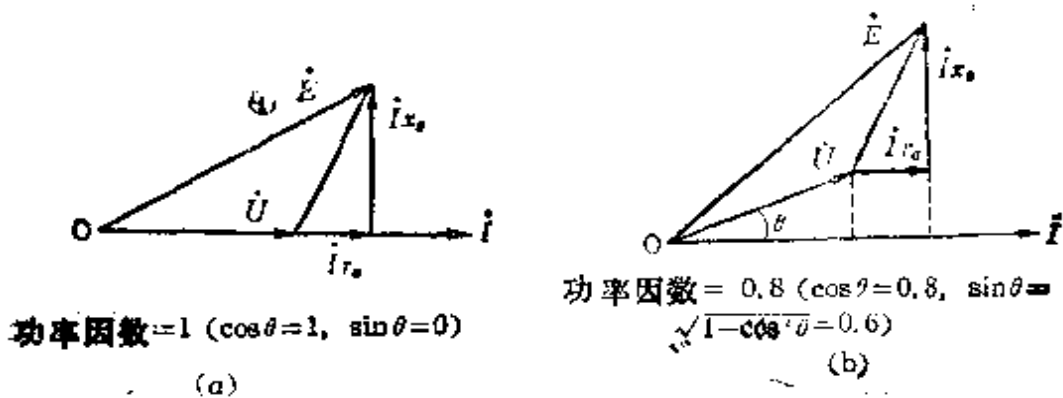


图 11.8

$$= \frac{3464 - 3300}{3300} \times 100 = 4.97\%$$

(2) 滞后功率因数是 0.8 时 [图 11.8(b)]

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{(\cos\theta + I r_c)^2 + (U \sin\theta + I x_s)^2} \\ &= \sqrt{(3300 \times 0.8 + 75)^2 + (3300 \times 0.6 + 780)^2} \\ &= 3872 \text{ V} \end{aligned}$$

$$e = \frac{E - U}{U} \times 100 = \frac{3872 - 3300}{3300} \times 100 = 17.3\%$$

• 原书误为 $\sin\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta} = 0.6$ ——译者。

12. 电的应用(电动力和自动控制)

12.1 电动力计算的基础

[1] 力和功

设使质量 $m[\text{kg}]$ 的物体产生加速度 $a[\text{m/s}^2]$ 的力是 $F[\text{N}]$, 则

$$F = ma[\text{N}] \quad (12.1)$$

另外, 如图 12.1 所示, 对在桌面上的物体施加外力 $F[\text{N}]$, 使其沿力的方向移动 $l[\text{m}]$ 距离时, 在物体上所做的功 $W[\text{J}]$ 为

$$W = Fl[\text{N} \cdot \text{m} \text{ 或者 } \text{J}] \quad (12.2)$$

在单位时间 $t[\text{s}]$ 内作的功 $W[\text{J}]$ 叫做功率或马力, 即 $P[\text{W}]$ 为

$$P = \frac{W}{t} [\text{J/s} \text{ 或者 } \text{W}] \quad (12.3)$$

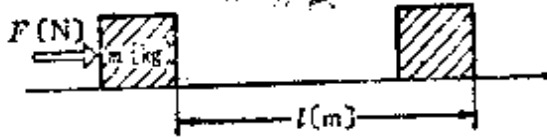


图 12.1

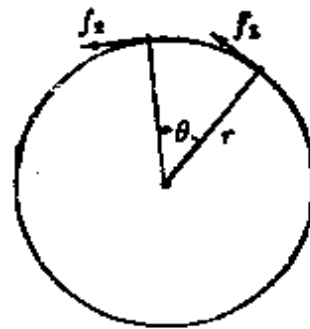


图 12.2

[2] 转矩和功率

作用在电动机(转子)中心轴上的力矩总和就是转矩(旋

转力)。设转矩是 $T[\text{N}\cdot\text{m}]$, 由图 12.2 得

$$\begin{aligned} T &= f_1 r + f_2 r + \dots \\ &= r \sum_{k=1}^n f_k = rF[\text{N}\cdot\text{m}] \end{aligned} \quad (12.4)$$

另外, 旋转时需要做的功是 $W[\text{J}]$

$$W = rF\theta = T\theta[\text{J}] \quad (12.5)$$

因而可以写成, 功率 $P[\text{W}]$ 为

$$P = \frac{T\theta}{t} = T\omega[\text{W}] \quad \text{其中, } \omega \text{ 是角速度}[\text{rad/s}]. \quad (12.6)$$

[3] 惯性矩

质量是 $m[\text{kg}]$ 的物体其旋转半径是 $r[\text{m}]$, 正在以角速度 $\omega[\text{rad/s}]$ 旋转时, 可以看作圆周上的各处都是在以同一速度 $v[\text{m/s}]$ 运动, 物体所具有的动能 $E[\text{J}]$ 为

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(r\omega)^2 \quad (12.7)$$

另外, 式(12.7)中 $mr^2[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$ 是物体固有的值, 它是对应于作直线运动的量。把这叫做这个物体的惯性矩。设惯性矩为 $I[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$, 则

$$I = mr^2 \quad [\text{kg}\cdot\text{m}^2] \quad (12.8)$$

[4] 飞轮效应

惯性矩是 $I[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$ 的旋转体和直径为 $D[\text{m}]$ 、圆周质量为 $G[\text{kg}]$ 的飞轮具有相同的惯性矩, 即

$$I = G\left(\frac{D}{2}\right)^2 [\text{kg}\cdot\text{m}^2] \quad (12.9)$$

$GD^2[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$ 是表示旋转体的惯性性能的量叫做飞轮效应。

〈注〉在式(12.9)中,把质量 $G[\text{kg}]$ 用重量 $G[\text{kgW}]^*$ 表示时,变成 $I = G\left(\frac{D}{2}\right)^2 / g$ $[\text{kgW} \cdot \text{m}^2]$ 。 $g = 9.8055$ (重力加速度)。

〔例题〕 飞轮效应是 $10 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 的电动机与飞轮效应是 $500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 的负载一般是用齿轮箱连接的。如果换算到电动机轴上总的飞轮效应是 $30 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 那么齿轮箱的比应该是多少?

〔解答〕 由式(12.7)、式(12.8)、式(12.9), 旋转体的动能 $E[\text{J}]$ 可表示为

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} G \left(\frac{D}{2}\right)^2 (2\pi n)^2 = \frac{1}{2} G D^2 \pi^2 n^2$$

得到关系式 $E = k G D^2 n^2 [\text{J}]$ 。因此,

换算到电动机轴上的飞轮效应是 $G_m D_m^2 = 30 - 10 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,

负载的飞轮效应是 $G D^2 = 500 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

另外, 设电动机的转速是 $n_m [\text{r}/\text{min}]$, 负载的转速是 $n [\text{r}/\text{min}]$, 则

$$k G D^2 n^2 = k G_m D_m^2 n_m^2, \text{ 所以 } \frac{n}{n_m} = \sqrt{\frac{G_m D_m^2}{G D^2}} = \sqrt{\frac{20}{500}} = \frac{1}{5}。$$

这里, 因为转速是和齿轮的比成反比例, 所以设电动机侧的齿数是 a , 负载侧的齿数是 b , 则齿数比变成 $\frac{b}{a} = \frac{n_m}{n} = 5$ 。

12.2 各种形式的负载所需要功率的计算公式

〔1〕 起重机

工场、发电站等场所使用的天车起重机, 造船厂等场所使

* $[\text{kgw}]$ 为千克重——译者。

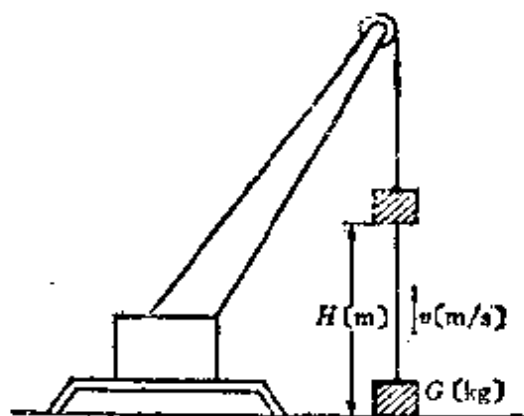


图 12.3

用的塔式起重机等等,有各种各样的起重机。象图 12.3 那样把重量是 $G[\text{kg}\cdot\text{w}]$ 的物体以均匀的速度 $v = \frac{H}{t}[\text{m/s}]$ 向上提高到 $H[\text{m}]$ 所需要的起重机的功率是 $P[\text{W}]$, 而起重机的效率是 η ,

$$P = \frac{9.8GH}{t\eta} = \frac{9.8Gv}{\eta}[\text{W}] \quad (12.10)$$

另外,如果重量 $G[\text{tw}]$, 向上提升的速度 $v[\text{m/min}]$, 起重机的效率表示为 $\eta\%$ 时, 则

$$P = \frac{Gv}{6.12} \times \frac{100}{\eta}[\text{kW}] \quad (12.11)$$

[2] 电梯(升降机·提升机)

电梯所需要的功率是 $P[\text{W}]$, 最大装载重量是 $G[\text{kgw}]$ 升降速度是 $v[\text{m/s}]$, 电梯在加速时所需要的修正系数是 K (1.3~1.5), 由于平衡重物(量)的总系数 F (0.5~0.6), 作为提升装置的效率是 $\eta\%$ (齿轮箱式 45~55%, 非齿轮箱式 75~80%), 则

$$P = 9.8GvKF \times \frac{100}{\eta}[\text{W}] \quad (12.12)$$

[3] 抽水机(唧筒)

设抽水机在运行时所用电动机的功率是 $P[\text{kW}]$, 扬程是 $H[\text{m}]$, 抽水机的效率是 η , 因为扬水量 $Q[\text{m}^3/\text{s}]$ 相当于 $Q[\text{tw}/\text{s}]$, 所以

$$P = \frac{9.8QH}{\eta} [\text{kW}] \quad (12.13)$$

[4] 鼓风机(风箱、风扇)

鼓风机所需要的功率 $P[\text{W}]$, 风压是 $H[\text{mm} \cdot \text{Ag}]$, $1 [\text{mm} \cdot \text{Ag}] = 9.8 [\text{N}/\text{m}^2]$, 风量是 $Q[\text{m}^3/\text{s}]$, 鼓风机的效率是 η

$$P = \frac{9.8QH}{\eta} [\text{W}] \quad (12.14)$$

〈注〉 所谓 $H[\text{mm} \cdot \text{Ag}]$ 的压力, 是用 $H[\text{mm}]$ 的水柱表示压力。

〔例题〕 重量是 1 t 的物体需要以 $30 \text{ m}/\text{min}$ 的速度提升, 求卷扬机上用的电动机容量是多少? 卷扬机的效率为 60% 。

〔解答〕 由式 (12.10), $G=1[\text{tw}]=10^3[\text{kgw}]$, $v=\frac{30}{60}[\text{m}/\text{s}]$ 。因为 $\eta=0.6$, 所以

$$P = \frac{9.8Gv}{\eta} = \frac{9.8 \times 10^3 \times \frac{30}{60}}{0.6} = 8167 \text{ W} \approx 8.2 \text{ kW (以上)}$$

〈参考〉 如果使用式 (12.11), 能够直接求出

$$P = \frac{1 \times 30}{6.12} \times \frac{100}{60} = \frac{3000}{367.2} \approx 8.2 \text{ kW (以上)}。$$

12.3 自动控制的制动

[1] 比例制动(P 制动)

如果制动信号 z 随时间一同变化则表示为 $z(t)$, 并且, 制动信号 $z(t)$ 是在控制装置输出控制量时制动

$$y(t) = K_p z(t) \quad (12.15)$$

其中, K_p 是比例常数(或者叫做比例灵敏度)。

[2] 微分制动(D 制动)

操作量 y 是按制动信号的微分系数 $\frac{dz}{dt}$ 的比例制动

$$y = K_1 \frac{dz}{dt} = K_p T_d \frac{dz}{dt} \quad (12.16)$$

其中, K_1 是比例常数, T_d 是微分时间。

[3] 积分制动(I 制动)

控制对象反映控制量 y 变化的速度, 在与制动信号 z 成比例的情况下制动

$$y = K_2 \int z dt = K_p \frac{1}{T_i} \int z dt \quad (12.17)$$

其中, K_2 是比例常数, T_i 是积分时间。

[例题] 阀的制动信号是 $y(t)$, 在 $y(t) = Kt + C$ 那样随时间 t 变化的场合, 阀的运动速度 v 是多少?

[解答] 阀的打开速度是 v , 对应于单位时间, 阀的打开速度可由式(12.16)表示

$$v = \frac{dy(t)}{dt} = \frac{d(Kt + C)}{dt} = K$$

所以, 阀的运动速度是与时间 t 无关的常数 K 。

12.4 传递要素的特性

[1] 基本要素

比例、微分、积分的基本要素是指数响应、矢量轨迹、波德图,这些可用表 12.1 来表示。

〈注〉(1) 指数响应 不管是那种类型,由于输入单位的大小是 1,它的形状呈阶梯状,把这叫做自动控制系统和各要素输出信号的时间 t 的响应。

〈注〉(2) 矢量轨迹 在复平面上把 ω 从 $0 \rightarrow \infty$ 变化时的矢量的变化叫做尼奎斯特线图 (调整系统在复平面中的频率特性)

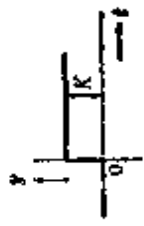

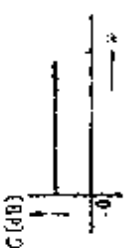

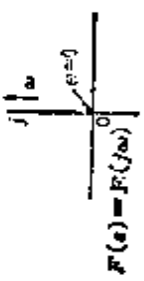

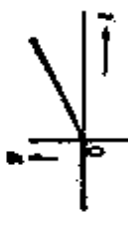

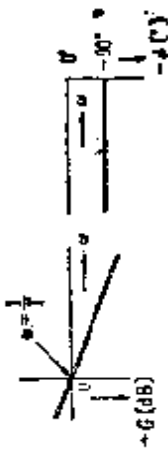
〈注〉(3) 波德图 以 ω 作为横轴,把纵轴的矢量大小用分贝 [dB] 的标度来表示,而把相位角用度 [$^{\circ}$] 的标度来表示的线图。

〈注〉(4) 增益 把振幅比 (矢量的大小) M 也用分贝 [dB] 来标度叫做增益,可表示成 $G = 20 \log_{10} M$ 。


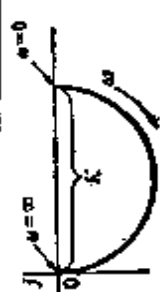
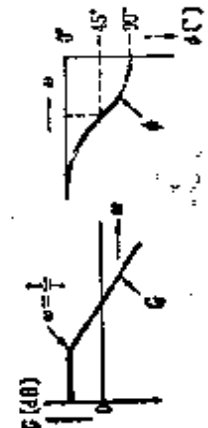
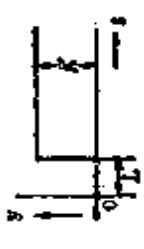
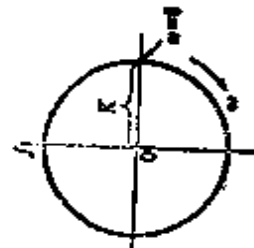
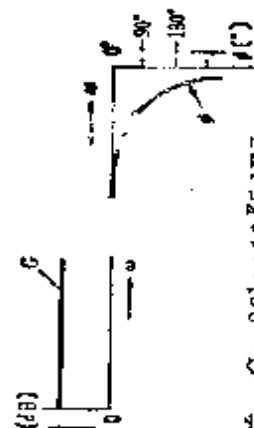
[2] 拉普拉斯变换

初值是 0 的时候,拉普拉斯变换 $\frac{d}{dt}$ 的微分记作 s , $\int dt$ 的积分记作 $\frac{1}{s}$, 与时间 t 有关的函数 $i(t)$ 的拉普拉斯变换,可表示为 $\mathcal{L}[i(t)] = I(s)$, 微分方程式也可用简单的代数形式来表示。例如 $Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = 0$ 的拉普拉斯变换,因为 i 的拉普拉斯变换是 $\mathcal{L}i(t) = I(s)$, 故可写成 $RI(s) + LSI(s) + \frac{I(s)}{Cs} = 0$

表 12.1 基本要素各种特性的 对关系

特性要素	指数响应	矢量轨迹	波特图
(1) 比例要素	 $y(t) = K \delta(t)$	 <p>传递函数 $F(s) = F(j\omega) = K$ 振幅比(矢量的大小) $M = K$</p>	 <p>增益 $G = 20 \log_{10} K$ [dB] 相位角 $\phi = \angle G = 0^\circ$ ($K > 0$)</p>
(2) 微分要素	 $y = K_T T_d \delta(t)$	 <p>传递函数 $F(s) = TS$ 频率传递函数 $F(j\omega) = (j\omega T)$ 振幅比(矢量的大小) $M = F(j\omega) = \omega T$</p>	 <p>增益 $G = 20 \log_{10} \omega T$ (dB) 相位角 $\phi = \angle F(j\omega) = 90^\circ$</p>
(3) 积分要素	 $y = K_I T_I \delta(t)$	 <p>传递函数 $F(s) = F(j\omega) = \frac{1}{TS}$ 频率传递函数 $F(j\omega) = \frac{1}{j\omega T} = -j \frac{1}{\omega T}$ 振幅比(矢量的大小) $M = F(j\omega) = \frac{1}{\omega T}$</p>	 <p>增益 $G = 20 \log_{10} \frac{1}{\omega T}$ [dB] 相位角 $\phi = \angle F(j\omega) = -90^\circ$</p>

续表

特性要素	指数响应	矢量轨迹	波特图
(4) 一次滞后要素	 $y = K(1 - e^{-\frac{t}{T}})$	 $F(S) = F(j\omega)$ $F(S) = \frac{K}{1 + TS}$ $F(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T}$ <p>振幅比(矢量的大小)</p> $M = F(j\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$	 <p>增益</p> $G = 20 \log_{10} \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$ $= 20 \log_{10} K - 10 \log_{10} [1 + (\omega T)^2] \text{ [dB]}$ <p>相位角 $\phi = \angle F(j\omega) = -\tan^{-1} \omega T [^\circ]$</p>
(5) 间歇时间要素	 $y = Kt, \quad \lambda(t) = 0$	 $F(S) = F(j\omega)$ $F(S) = Ke^{-sL}$ $F(j\omega) = Ke^{-j\omega L}$ <p>振幅比(矢量的大小) $M = F(j\omega) = K$</p>	 <p>增益 $G = 20 \log_{10} K \text{ [dB]}$</p> <p>相位角 $\phi = \angle F(j\omega) = -\omega L [^\circ]$</p>

一般情况,与时间 t 有关的函数记作 $f(t)$ 时,把 $f(t)$ 变换为 s 的函数叫做拉普拉斯变换,表示为 $F(s) = L[f(t)]$,另外,根据 $F(s)$ 来求 $f(t)$ 就叫做拉普拉斯反变换,表示为 $f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$ 。

把用时间表示的复杂的计算式表示为 s 的函数求解时就很简单,由 s 的函数再经反变换就可得到以时间表示的数学式作为解答式。

[例题 1] 增益是 0,矢量的大小是多少?

[解答] 由 $G = 20 \log_{10} M$, 得 $0 = 20 \log_{10} M$

因此,矢量的大小 $M = 1$ 。

[例题 2] 矢量大小是 10 的时候,增益是多少分贝 [dB]?

[解答] 由 $G = 20 \log_{10} M$, 故得 $20 \log_{10} 10 = 20 \text{dB}$

12.5 自动控制系统的方框图

把构成自动控制系统的要素用方框图(框架)来表示,把信号流程用线和箭头连接起来的线图叫做方框图。复杂形状的方框图,可以把它等效变换为简单的方框图。把有代表性的表示在表 12.2 中。


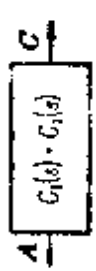
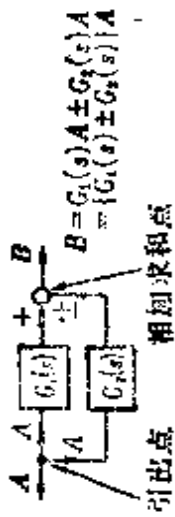
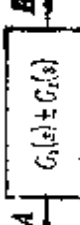

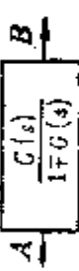
[例题] 传递函数 $G_1(s)$ 、 $G_2(s)$, 如表 12.2 中(1)图那样把串联耦合等效变换为 $G_1(s) \cdot G_2(s)$

[解答] 由表 12.2

$$G_1(s) = \frac{B}{A}, G_2(s) = \frac{C}{B}$$

因此可表示为

表 12.2 方框图的等效变换

	变换前	变换后
(1) 传递函数的串联 耦合	 $B = G_1(s)A$ $C = G_2(s)B$ $C = G_2(s)G_1(s)A$	 $C = G_2(s)G_1(s)A$
(2) 传递函数的并联 耦合	 $B = G_1(s)A \pm G_2(s)A$ $B = [G_1(s) \pm G_2(s)]A$	 $B = (G_1(s) \pm G_2(s))A$
(3) 传递函数的反馈 耦合	 $B = [A + BH(s)]G(s)$ $\therefore B = \frac{G(s)}{1 \mp H(s)G(s)}A$	 $B = \frac{C(s)}{1 \mp FG(s)}A$

$$G_1(s) \cdot G_2(s) = \frac{B}{A} \times \frac{C}{B} = \frac{C}{A}$$

从而, $G_1(s)$ 和 $G_2(s)$ 在串联场合的等效变换可表示为 $G_1(s) \cdot G_2(s)$ 。

13. 电的应用(照明和电热)

13.1 电灯照明的基础

[1] 基本单位

(1) 光束 根据测量把可被视觉感知的(人的眼睛可见光的波长范围是 $380 \sim 760 \text{ m}\mu$)辐射束(电磁波可传递的能量与辐射能量的时间成正比)叫做光束。单位用[lm], 叫做流明。

(2) 发光强度 从光源辐射出来的光束在某个方向上的立体角光束密度叫做那个方向的发光强度。单位用[cd], 叫做坎德拉。

在图 13.1 中, 设微小立体角为 $\Delta\omega$ [sr] (球面角度), 微小光束为 ΔF [lm], 则那个方向上的发光强度 I [cd] 为

$$I = \frac{\Delta F}{\Delta\omega} [\text{cd}] \quad (13.1)$$



图 13.1 光束、立体角和发光强度的关系

另外, 对全光束 F_0 (lm) 均匀辐射的场合, 叫做球面发光强度 I_0 [cd], 可表示为

$$I_0 = \frac{F_0}{4\pi} [\text{cd}] \quad (13.2)$$

如果是完整球体,立体角就变成 4π [sr]。

(3) 照度 在被照面,每单位面积入射光束的比例,或者说,把入射光束密度 [lm/m^2] 叫做照度。单位用 [lx], 叫做勒克斯。

象图 13.2(a) 那样,当微小面积 ΔA [m^2] 上入射的微小光束是 ΔF [lm] 时,那么照度就是 E_p [lx]

$$E_p = \frac{\Delta F}{\Delta A} [\text{lx}] \quad (13.3)$$

另外,象图 13.2(b) 那样,在光束均匀入射的场合,那个面上的照度 E [lx] 为

$$E = \frac{F}{A} [\text{lx}] \quad (13.4)$$

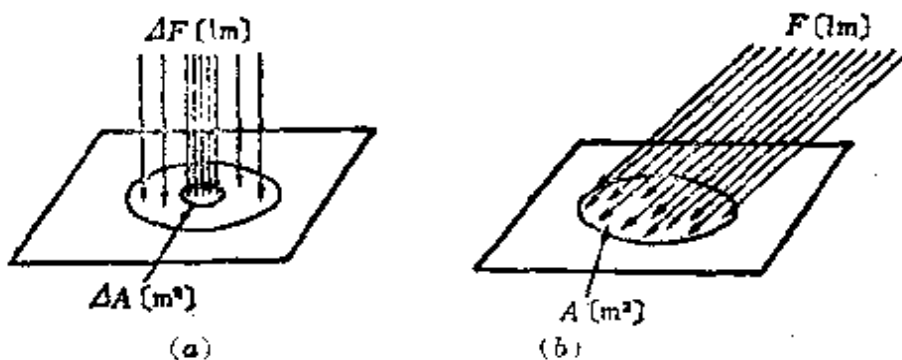


图 13.2 光束和照度的关系

假如,光束是不均匀入射的情况,则由式(13.4)求出的叫做平均照度。

(注) 照度与被照射面的性质没有关系。

(4) 辉度(亮度) 把发光面那个方向的发光强度与发射面的正投影面积的比叫做辉度。单位是 [cd/mm^2], 或者 [nt] 尼特*。

* [nt]在CIPM及ISO制中已废除。参见GB3102.6-82——译者。

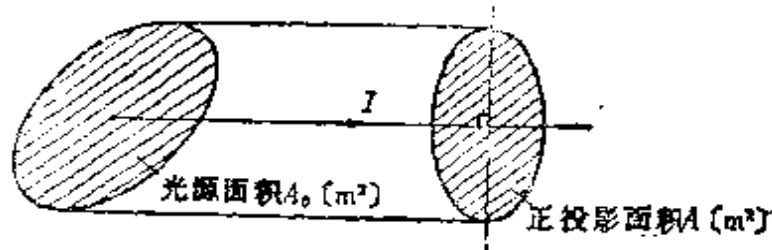


图 13.3

如图 13.3 所示, 设光发强度是 $I[\text{cd}]$, 正投影面积是 $A[\text{m}^2]$, 则辉度 $L[\text{cd}/\text{m}^2]$ 为

$$L = \frac{I}{A} [\text{cd}/\text{m}^2] \quad (13.5)$$

(5) 光束发射强度 把从某个面发射出来的光束的面密度叫做光束发射强度。单位是 $[\text{lm}/\text{m}^2]$ 。

象图 13.4 那样, 光束 $F[\text{lm}]$ 从发光面的表面积 $A[\text{m}^2]$ 均匀地向外发射时, 那么光束发射强度 $M[\text{lm}/\text{m}^2]$ 为

$$M = \frac{F}{A} [\text{lm}/\text{m}^2] \quad (13.6)$$

〈注〉 光束发射强度是 $1 \text{ lm}/\text{m}^2$ 时, 那个面上的辉度是 1。

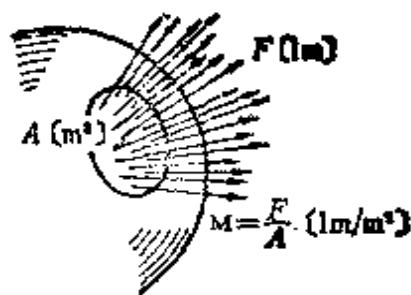


图 13.4

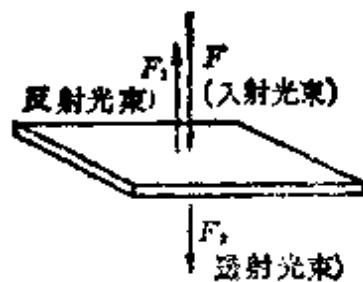


图 13.5

[2] 照度、亮度、光束发射强度的相互关系

(1) 照度和光束发射强度 如图 13.5 所示, 如果入射光

束是 F [lm], 反射光束是 F_1 [lm], 透射光束是 F_2 [lm], 反射系数是 ρ , 透射系数是 τ , 吸收系数是 α , 某面上的照度是 E [lx], 则反射光束的光束发射强度 M_r [lm/m²], 透射光束的光束发射强度 M_t [lm/m²] 分别为:

$$\left. \begin{aligned} M_r &= \rho E [\text{lm}/\text{m}^2] \\ M_t &= \tau E [\text{lm}/\text{m}^2] \end{aligned} \right\} \quad (13.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{F_1}{F}, \tau = \frac{F_2}{F}, \alpha = \frac{F - (F_1 + F_2)}{F} \\ \rho + \tau + \alpha &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (13.8)$$

(2) 亮度和光束发射强度 至于有一些面 (完全漫射面), 亮度在所有的方向上都相等, 亮度 L [cd/m²] 和光束发射强度 M [lm/m²] 之间的关系为

$$M [\text{lm}/\text{m}^2] = \pi L [\text{cd}/\text{m}^2] \quad (13.9)$$

[例题] 透射系数是 40% 的乳白色玻璃, 为了在外面得到 100 cd/m² 的亮度, 里面的照度应该是多少?

[解答] 设里面的照度是 E [lx], 则由式 (13.7)、式 (13.9) 可得

$$M_t = \tau E \quad (1) \quad M_t = \pi L \quad (2)$$

由式 (1)、式 (2)

$$E = \frac{\pi L}{\tau} = \frac{3.14}{0.4} \times 100 = 785 \text{ lx}$$

13.2 点光源的照度

[1] 距离的平方反比定则 (图 13.6)

与点光源的距离是 R [m] 的面上, 照度 E [lx] 与发光强度 I [cd] 成正比, 与距离的平方成反比。这就叫做距离的平方反

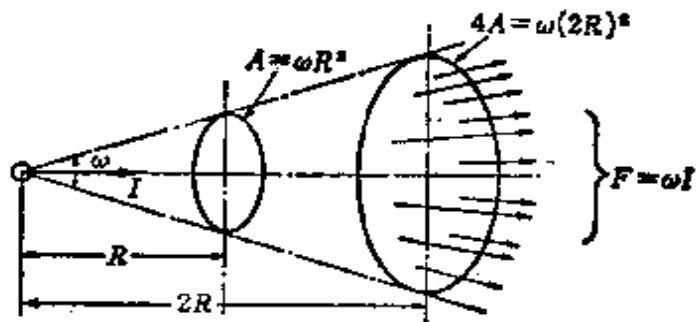


图 13.6

比定则。由式(13.4)得

$$E = \frac{F}{A} = \frac{\omega I}{\omega R^2} = \frac{I}{R^2} [\text{lx}] \quad (13.10)$$

[2] 入射角的余弦定则(图 13.7)

与平行光线的光束 $F[\text{lm}]$ 倾斜 θ 角的某面的照度是

$$E_1 = \frac{F}{A_1} = \frac{F}{A} \cos \theta [\text{lx}] \quad (13.11)$$

其中, $A[\text{m}^2]$ 是与平行光线成直角的面, $A_1[\text{m}^2]$ 是与平行光线倾斜 θ 角的面。

$$A_1 \cos \theta = A \rightarrow A_1 = \frac{A}{\cos \theta}$$

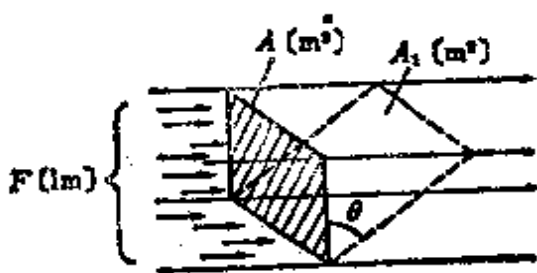


图 13.7

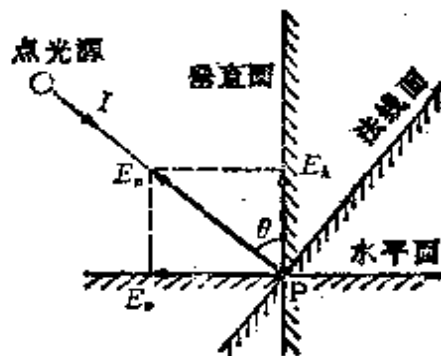


图 13.8

[3] 法线平面、水平面、垂直面的照度(图 13.8)

发光强度是 I [cd] 的点光源以入射角 θ 入射时, P 点的照度 E_1 [lx] 可由式 (13.10)、式 (13.11) 求出

$$E_1 = E \cos \theta = \frac{I}{R^2} \cos \theta \text{ [lx]} \quad (13.12)$$

$$\left. \begin{aligned} (1) \text{ 法线平面的照度 } E_n \text{ [lx]}, E_n &= \frac{I}{R^2} \text{ [lx]} \\ (2) \text{ 水平面的照度 } E_h \text{ [lx]}, E_h &= \frac{I}{R^2} \cos \theta \text{ [lx]} \\ (3) \text{ 垂直面的照度 } E_v \text{ [lx]}, E_v &= \frac{I}{R^2} \sin \theta \text{ [lx]} \end{aligned} \right\} (13.13)$$

【例题】 在距离地面上的 Q 点, 高度是 2.5m 的顶点处安装电灯泡, 电灯泡的发光强度在所有方向上都等于 51 cd 时, 求地面上与 Q 点距离 3 m 处 P 点的水平照度是多少?

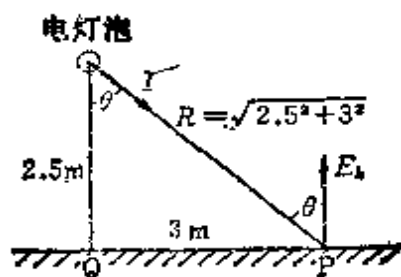


图 13.9

【解答】 如图 13.9 所示, 设 P 点的水平照度是 E_h [lx], 则由式 (13.13), 得

$$E_h = \frac{I}{R^2} \cos \theta = \frac{51}{\sqrt{2.5^2 + 3^2}} \times \frac{2.5}{\sqrt{2.5^2 + 3^2}} = 2.14 \text{ lx}$$

13.3 大面积光源的照度

[1] 立体角入射定则 (图 13.10)

有一完全漫射性的面光源 A , 其面积是 A [m²], 亮度是 L [cd/m²]. 设 P 点的照度是 I [lx], 把 P 点作为面光源与底面所成立体角 ω [sr] 的锥体的顶点, A' [m²] 是与半径是 d [m]

的假想半球面相切的被照面的面积 A_0 [m²] 的正投影面, 则

$$E = \frac{LA'}{d^2} [\text{lx}] \quad (13.14)$$

把这叫做立体角入射定则。

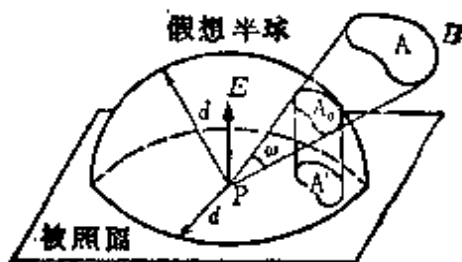


图 13.10

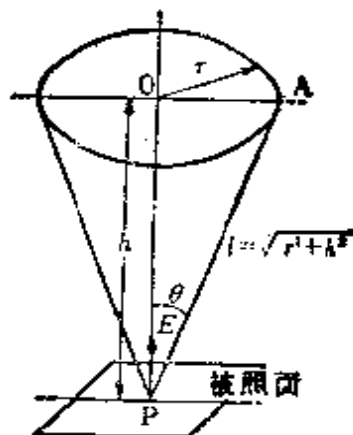


图 13.11

[2] 各种形状的光源的照度

(1) 平圆板形光源 (图 13.11) 设平圆板的半径是 r [m], 亮度是 L [cd/m²], 从被照面到平圆板的距离是 h [m], 在光源的中心垂直向下的 P 点的照度 E [lx] 可由式 (3.14) 来求解

$$E = \frac{L\pi r^2}{r^2 + h^2} = \frac{I}{l^2} [\text{lx}] \quad (13.15)$$

其中: $\overline{AP} = l = \sqrt{r^2 + h^2}$ [m], 光度 I [cd] = $L\pi r^2$ [cd]

(2) 球形光源 (图 13.12) 设球的半径是 r [m], 亮度是 L [cd/m²], 从球中心到被照射面的距离是 d [m], P 点的照度 E [lx] 为

$$E = \frac{L\pi r^2}{d^2} = \frac{I}{d^2} [\text{lx}] \quad (3.16)$$

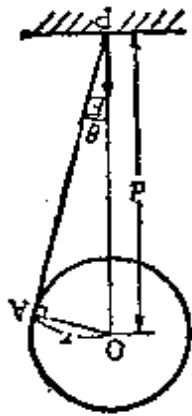


图 13.12

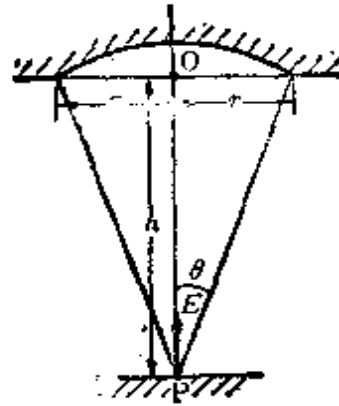


图 13.13

(3) 凹面形光源(图 13.13) 设凹面的半径是 r [m], 亮度是 L [cd/m²], $OP = h$ [m], P 点的照度 E [lx] 为

$$E = \frac{L\pi r^2}{r^2 + h^2} \text{ [lx]} \quad (3.17)$$

〈注〉 假如 P 点和作为立体角 ω [sr] 的顶点的亮度 L [cd/m²] 相等, 虽然光源的形状和远近不同, 但照度相等。

(4) 无限长圆筒形光源 (图 13.14) 设光束是 F [lm], 亮度是 L [cd/m²], 光束发射强度是 M [lm/m²], 圆筒的半径是 r [m], 从光源到被照面的距离是 d [m], 则每单位长度

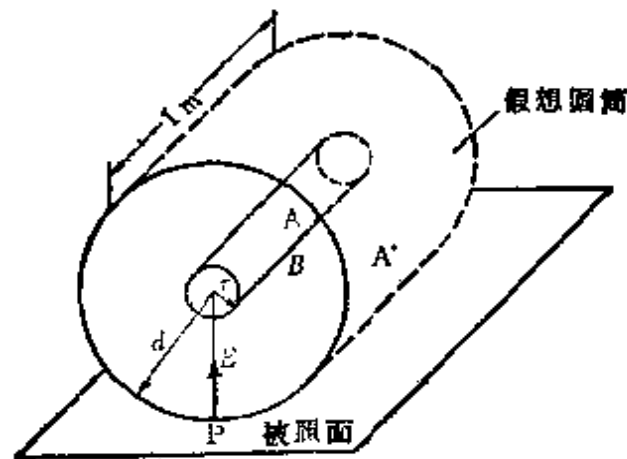


图 13.14

1[m]的直射照度 $E[\text{lx}]$, 为

$$E = \frac{F}{A'} = \frac{\pi L r}{d} = \frac{\pi I}{2d} [\text{lx}] \quad (13.18)$$

其中, $A'[\text{m}^2]$ 是假想圆筒的面积。

[例题] 有一如图 13.15 所示的直径是 80 cm 的圆形检修口(地道口)。它的上面正受到来自空中的(不是太阳的直射)照度是 25000 lx 的照射。如果把把这个检修口的盖子取下来, 计算在检修口中心的正下方离路面 30 cm 处的某中心点的水平照度。

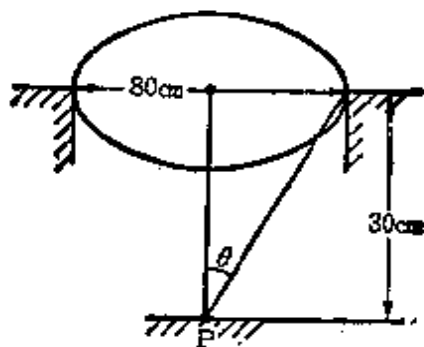


图 13.15

[解答] 由立体角入射定则, 根据题意所给出的条件, 按平圆板形光源考虑。另外, 因为那个亮度 ($L = 25000 \text{lx}$) 是空中的光即全漫射光, 式 (13.9) 中的 $M = \pi L$, 变成 $L = \frac{M}{\pi} [\text{cd}/\text{m}^2]$, 可由式 (13.15) 来求 P 点的照度。

$$\begin{aligned} E &= \frac{L \pi r^2}{r^2 + h^2} = \frac{M r^2}{r^2 + h^2} = \frac{25000 \times (40 \times 10^{-2})^2}{(40 \times 10^{-2})^2 + (30 \times 10^{-2})^2} \\ &= 16000 \text{lx} \end{aligned}$$

13.4 发光强度和光束的测量方法

[1] 发光强度的测量(图 13.16)

在杆形光度计的工作台(3~5 m 左右)的两端 a, b 固定有被测电灯泡 L_T 和标准电灯泡 L_S , 装在工作台中央的光度计头部能够移动。由于 L_S 的发光强度是 I_S , L_T 的发光强度

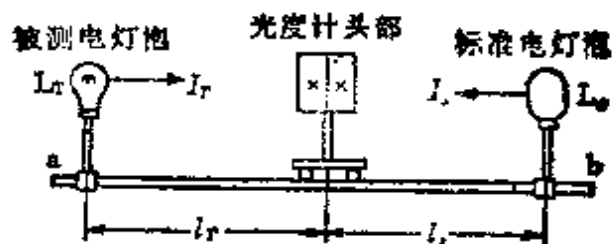


图 13.16 杆形光度计的原理

是 I_T , 光度计头部测光板的亮度 L_s, L_T 平衡时, 能够从下式求出 I_T 。

$$\frac{\rho_s}{\pi} \times \frac{I_s}{l_s^2} = \frac{\rho_T}{\pi} \times \frac{I_T}{l_T^2} [\text{cd/m}^2] \quad (13.19)$$

如果 $\rho_s = \rho_T$ (ρ_s, ρ_T 是测光板的反射系数)

$$I_T = \left(\frac{l_T}{l_s}\right)^2 I_s [\text{cd}] \quad (13.20)$$

象这样的测量方法叫做直接法。另外, 象图 13.17 那样, 比较电灯泡和光度计头部测光板是一个整体, 它能在工作台上移动而仍旧保持亮度不变, 如果把标准电灯泡和被测电灯泡互相置换, 而在上述每个场合测光平衡, 把求 I_T 的这种方法叫做置换法。计算式和式 (13.20) 相同。

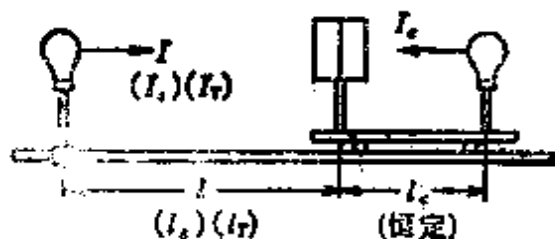


图 13.17 杆形光度计的置换法

[2] 光束的测量 (图 13.18)

设球形光束计的球内光源的全光束是 F_0 [lm], 球的内径

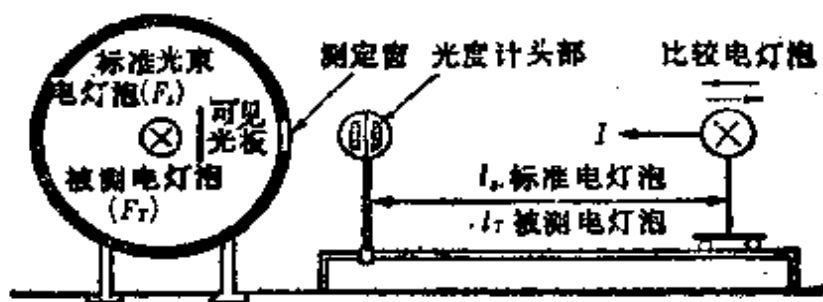


图 13.18 球形光度计

是 D [m], 球内的反射系数是 ρ , 漫射照度是 E_s [lx], 则

$$\pi D^2 E_s = \rho F_0 + \rho^2 F_0 + \dots = \frac{\rho}{1-\rho} F_0 \quad (13.21)$$

因此,

$$E_s = \frac{\rho F_0}{(1-\rho) \pi D^2} [\text{lx}] \quad (13.22)$$

从而, 设测光窗的乳白色玻璃的透射系数是 τ , 则亮度 L [cd/m²] 成为

$$L = \frac{\tau E_s}{\pi} = \frac{\tau \rho F_0}{(1-\rho) \pi^2 D^2} [\text{cd/m}^2] \quad (13.23)$$

测光窗的亮度 L 和光源的全光束 F_0 成正比。这种情况如图 13.18 所示, 设标准电灯泡的光束是 F_s [lm], 被测电灯泡的光束是 F_T [lm], 比较电灯泡的发光强度是 I [cd], 比较电灯泡和光度计头部的距离, 在装上标准电灯泡时是 l_s [m], 在装上被测电灯泡时是 l_T [m], 则

$$\frac{F_T}{F_s} = \frac{L_T}{L_s} = \frac{l_s^2}{l_T^2}, \text{ 所以 } F_T = \left(\frac{l_s}{l_T}\right)^2 F_s [\text{lm}] \quad (13.24)$$

[例题] 用工作台是 3 m 的杆形光度计和发光强度是 40 cd 的标准电灯泡来测量 100 V、30 W 的双绕灯丝式一般电灯泡的场所, 标准电灯泡在 1.2 m 的位置上处于平衡, 一般电灯泡的发光强度是多少?

【解答】 因为 $l_s = 1.2\text{m}$, 所以 $l_r = 3 - 1.2 = 1.8\text{m}$ 。从而, 由式(13.20)来求一般电灯泡的发光强度 $I_r[\text{cd}]$ 为

$$I_r = \left(\frac{l_r}{l_s}\right)^2 I_s = \left(\frac{1.8}{1.2}\right)^2 \times 40 = 1.5^2 \times 40 = 90\text{cd}$$

13.5 照明的设计

[1] 所需要的总光束

光源所需要的总光束可由下式计算

$$NF = \frac{EAD}{U}[\text{lm}] \quad (13.25)$$

其中, N 是需要照明的灯具数目, $F[\text{lm}]$ 是每一盏光源的光束, $E[\text{lx}]$ 是平均照度, $A[\text{m}^2]$ 是房间面积, D 是减光补偿系数(电灯泡[白炽灯]在 1.3~2.0 的范围内, 日光灯在 1.3~2.4 的范围内, $D > 1$), U 是照明系数(可表示为, 照明系数 = $\frac{\text{利用光束}}{\text{总光束}}$, 它是由照明灯具的配光分布, 房间内部的形状及尺寸, 天花板及墙壁的反射系数等所决定)。

<注>(1) 照明系数 U , 一般就是指室形指数(参照图 13.19), 它由判断反射系数的照明数据表决定。

<注>(2) 室形指数可以由公式, 室形指数 = $XY/[H(X+Y)]$ 来求。 H 是从作业面到光源的高度, X 是深度, Y 是宽度。

[2] 光源布置的设计方法

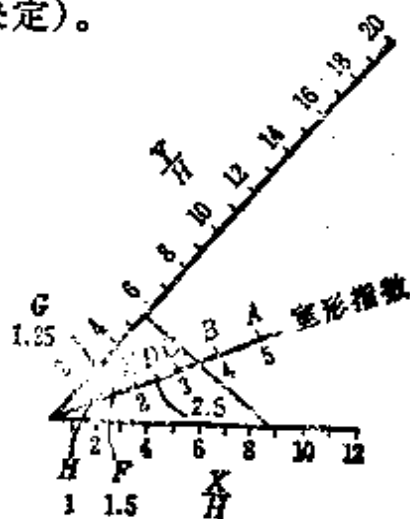


图 13.19

设从被照面到光源的安装高度为 H [m]，照明灯具的安装间距由下式来求是合适的。

$$\text{灯具相互间的距离 } S \leq 1.5H \quad (13.26)$$

在墙壁拐角处安装灯具，假设和墙壁的距离为 S_0 。

$$\left. \begin{array}{l} \text{在没有墙角的时候 } S_0 \leq \frac{S}{2} \\ \text{在有墙角的时候 } S_0 \leq \frac{S}{3} \end{array} \right\} \quad (13.27)$$

[3] 路灯的照明设计

路灯一般可象图 13.20 那样设置。与图相对应，如果路灯之间的间距是 S [m]，道路的宽度(取一般行车道的宽度)是 B [m]，灯的排数是 N (两侧设置时是 2，单侧设置时是 1)，所需要的照度是 E [lx]，照明系数是 U ，减光补偿系数是 D ，则每一盏路灯的光束 F [lm]为

$$F = \frac{ESBD}{NU} [\text{lm}] \quad (13.28)$$

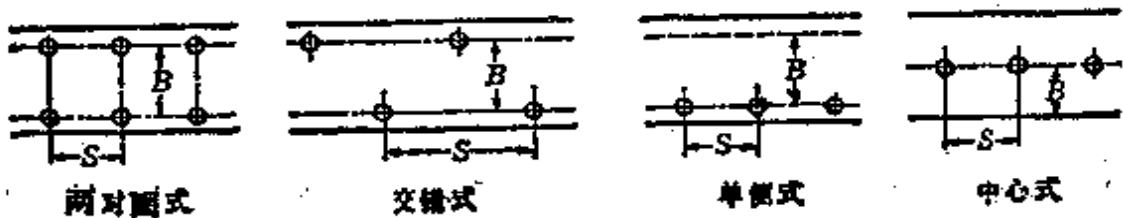


图 13.20 路灯的设置

<注>(1) 因为照明系数 U 是照明灯具的配光，和 B/H (H 是光源的高度) 不同，可从照明系数表求出来。

<注>(2) 减光补偿系数 D ，在较为保守时取 1.5，一般取 2.0，条件差时取 2.5。

[例题] 在宽是 15m 的一般道路的两侧，路灯的设置为

两对面式且间距是 20m 时，路面的平均照度是 10 lx。计算每一盏灯的光束是多少？其中路面的照明系数是 27%，减光校正系数是 1.7。

〔解答〕 从图 13.21 知道，每一盏灯所担负的照明区域的面积变成 $\frac{SB}{N}$ ，由式 (13.28)

$$F = \frac{ED}{U} \times \frac{SB}{N} = \frac{10 \times 1.7}{0.27} \times \frac{20 \times 15}{2}$$

$$= 9444 \text{ lm}$$

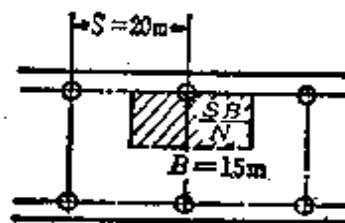


图 13.21

〈参考〉高压水银灯的规格，相当于 250W。

13.6 白炽电灯泡的电压特性

由于灯丝的温度变化，于是就使白炽电灯泡的电压发生变化，电阻、电流、功率、光束、效率、寿命也发生变化。把这个关系叫做电压特性。这个特性的变化，由于电灯泡的种类、形状、灯丝的制造条件的不同而未必一样。如果就小范围而言下面的式 (13.29) 的解答是适用的。式 (13.29) 中的特性指数

表 13.1 白炽电灯泡的特性指数

指 数	a	b	d	v	h	k	s
充惰性气体的电灯泡	3.86	7.1	13.1	24.1	1.84	3.38	2.19
真空电灯泡	3.85	7.0	13.5	23.3	1.82	3.51	2.22
指 数	y	z	t	n	f	g	j
充惰性气体的电灯泡	6.25	7.36	0.541	1.54	0.544	1.84	3.40
真空电灯泡	6.05	8.36	0.580	1.58	0.559	1.93	3.30

如表 13.1 所示。

$$\left. \begin{aligned} \frac{L}{L_0} &= \left(\frac{F_0}{F}\right)^a = \left(\frac{E_0}{E}\right)^b = \left(\frac{U_0}{U}\right)^d = \left(\frac{A_0}{A}\right)^x \\ \frac{E}{F_0} &= \left(\frac{U}{U_0}\right)^k = \left(\frac{E}{E_0}\right)^k = \left(\frac{W}{W_0}\right)^s = \left(\frac{A}{A_0}\right)^y = \left(\frac{R}{R_0}\right)^z \\ \frac{E_0}{E} &= \left(\frac{F_0}{F}\right)^j = \left(\frac{U_0}{U}\right)^g = \left(\frac{A_0}{A}\right)^j \\ \frac{A}{A_0} &= \left(\frac{U}{U_0}\right)^t \\ \frac{W}{W_0} &= \left(\frac{U}{U_0}\right)^n \end{aligned} \right\} \quad (13.29)$$

其中, L_0, L : 寿命, F_0, F : 光束, E_0, E : 效率, U_0, U : 电压, A_0, A : 电流, W_0, W : 功率, R_0, R : 电阻,

额定电压是 U_0 时, 各参数是 $L_0, F_0, E_0, A_0, W_0, R_0$,

使用电压是 U 时, 各参数是 L, F, E, A, W, R 。

[例题] 额定电压是 100V、60W、光束是 830 lm 的双绕灯丝式电灯泡, 在外接电压是 96 V 及 104 V 的情况下使用时, 功率及光束将变为多少?

[解答] 由式 (13.29) 和表 13.1 可得

$$\frac{F}{F_0} = \left(\frac{U}{U_0}\right)^k, k = 3.38, \frac{W}{W_0} = \left(\frac{U}{U_0}\right)^n, n = 1.54$$

因此, 在 96V 使用的情况下

$$W = W_0 \left(\frac{U}{U_0}\right)^n = 60 \left(\frac{96}{100}\right)^{1.54} = 60 \times (1 - 0.04)^{1.54}$$

$$\approx 60 \times (1 - 0.04 \times 1.54) = 56.3 \text{ W}$$

$$F = F_0 = \left(\frac{U}{U_0}\right)^k = 830 \times \left(\frac{96}{100}\right)^{3.38} = 830 \times (1 - 0.04)^{3.38}$$

$$\approx 830 \times (1 - 0.04 \times 3.38) = 718 \text{ lm}$$

在 104V 使用的情况下

$$W = W_0 \left(\frac{U}{U_0} \right)^2 = 60 \times \left(\frac{104}{100} \right)^{1.54} = 60 \times (1 + 0.04)^{1.54}$$

$$\approx 60 \times (1 + 0.04 \times 1.54) = 63.7 \text{ W}$$

$$F = F_0 \left(\frac{U}{U_2} \right)^3 = 830 \times \left(\frac{104}{100} \right)^{3.38} = 830 \times (1 + 0.04)^{3.38}$$

$$\approx 830 \times (1 + 0.04 \times 3.38) = 942 \text{ lm}$$

13.7 热量的单位和热传导

[1] 热量的单位

热量的单位可以用焦耳 [J]、卡[cal]或者千卡 [kcal]表示。

$$1 \text{ cal} = 4.18605 \text{ J}, \quad 1 \text{ J} = 0.239 \text{ cal}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{热功当量是 } 4.18605 \text{ J/cal, 功热当量是 } 0.239 \text{ cal/J} \end{array} \right\}$$

$$1 \text{ kcal} = 4186.05 \text{ J} = \frac{1}{860} \text{ kW} \cdot \text{h}$$

(13.30)

[2] 热传导

热能是通过对流、辐射、传导从温度高的场所向温度低的场所传送。

(1) 由于对流散发的热量 在单位时间内由单位面积通过对流散发的能量 I_c [W/m²]为

$$I_c = \alpha(t_2 - t_1) [\text{W/m}^2] \quad (13.31)$$

其中, α 是表面传热系数(热传递系数) [W/m²·°C], t_2 是散热面的温度 [°C], t_1 是外部空气的温度 [°C]。

(2) 由于辐射散发的热量 在单位时间内由单位面积

通过辐射散发的热量 I_r [W/m^2] 为

$$I_r = \phi \sigma (T_2^4 - T_1^4) \quad [\text{W}/\text{m}^2] \quad (13.32)$$

其中, ϕ 是热辐射系数 ($0.04 \sim 0.97$), σ 是斯忒藩-玻耳兹曼常数 $= 5.6697 \times 10^{-8} [\text{W}/\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}]$, T_2 是散热物的绝对温度 [K], T_1 是周围的绝对温度 [K].

(3) 热路的欧姆定律 在截面积是 A [m^2], 长度是 l [m] 的热导体中单位时间流过的热量, 也就是热流 I [W], 作为高温部分及低温部分的温度, 分别是 t_2 [$^\circ\text{C}$], t_1 [$^\circ\text{C}$],

$$I = \frac{t_2 - t_1}{\frac{l}{\lambda A}} = \frac{\theta}{R} \quad [\text{W}] \quad (13.33)$$

其中, $\theta = t_2 - t_1$ 是温度差 [$^\circ\text{C}$], λ 是热传递系数 [$\text{W}/\text{m} \cdot ^\circ\text{C}$], R 是热电阻 [$^\circ\text{C}/\text{W}$], 热路(即导热路径) 和电路的比较可用表 13.2 来表示。

表 13.2 热路和电路的相似比较

	符号	单位制			符号	单位制
		kcal制	MKS制			MKS制
温度	T, t	$\text{K}, ^\circ\text{C}$	$\text{K}, ^\circ\text{C}$	电位	E	V
温度差	θ	$^\circ\text{C}$	$^\circ\text{C}$	电位差 (电压)	U	V
热量	Q, q	kcal	$\text{J}, \text{W} \cdot \text{s}$	电量	Q	C
热流	I	kcal/h	$\text{J/s}, \text{W}$	电流	I	A
热电阻	R	$\text{h} \cdot ^\circ\text{C}/\text{kcal}$	$\text{s} \cdot ^\circ\text{C}/\text{J}, ^\circ\text{C}/\text{W}$	电阻	R	Ω
热传递系数	λ	$\text{kcal}/\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$	$\text{J}/\text{m} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}, \text{W}/\text{m} \cdot ^\circ\text{C}$	电导率	$\sigma = \frac{1}{\rho}$	Ω^{-1}/m
热电阻系数	$\rho = \frac{1}{\lambda}$	$\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}/\text{kcal}$	$\text{m} \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C}/\text{J}, \text{m} \cdot ^\circ\text{C}/\text{W}$	电阻率	ρ	$\Omega \cdot \text{m}$

【例题】 圆形截面积是 0.2 m^2 , 长度是 5 m 的棒状导体,

一端的温度是 300°C , 在单位时间内将 50 kcal 的热量传递到温度是 100°C 的另一端。制作这个导体的材质热传递系数是多少? 其中, 假设这个导体的侧面不辐射热量。

[解答] 设热传递系数是 λ [$\text{kcal}/\text{m}\cdot\text{h}\cdot^{\circ}\text{C}$], 由式(13.33)

$$\lambda = \frac{II}{(t_2 - t_1)A} = \frac{5 \times 50}{(300 - 100) \times 0.2} = 6.25 \text{ kcal}/\text{m}\cdot\text{h}\cdot^{\circ}\text{C}$$

<注> 在这个问题中, 因为热流 I 的单位经常是用 [kcal/h] 表示, 所以用表 13.2 中的 kcal 制的单位来解答较好。另外, λ 用 [$\text{W}/\text{m}\cdot^{\circ}\text{C}$] 表示的场合, 用表 13.2 中的 MKS 制的单位来解答较好。由式(13.30) 因为 $1 \text{ kcal} = \frac{1}{860} \text{ kW}\cdot\text{h}$, $1 \text{ kcal}/\text{h} = \frac{1}{860} \text{ kW} = \frac{10^3}{860} \text{ W}$, 从而 $\lambda = 6.25 \times \frac{10^3}{860} = 7.27 \text{ W}/\text{m}\cdot^{\circ}\text{C}$

13.8 加热电功率和热效率

1 加热电功率和热效率

(1) 加热的热量 加热所需要的全部热量 (有效热量) Q_0 [kcal] 可表示为用来使温度上升所感触到的热量 Q_1 [kcal] 以及叫做潜热的溶解热或者蒸发热的全部潜热 Q_2 [kcal] 的和。

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 = MC(t_2 - t_1) + Mh \\ = M(C\theta + h) \quad [\text{kcal}] \quad (13.34)$$

这里, M 是质量 [kg], C 是比热 [$\text{kcal}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}$], $M\cdot C$ 是热容量 [$\text{kcal}/^{\circ}\text{C}$], t_2 [$^{\circ}\text{C}$] 及 t_1 [$^{\circ}\text{C}$] 是高温部分以及低温部分的温度, 温度差 $\theta = t_2 - t_1$ [$^{\circ}\text{C}$], h 是潜热 [kcal/kg]。

(2) 供给热量 在把物体加热的场合,除了有效热量 Q_0 以外,还有由于通过对流、辐射、传导的散热作用损失的热量 q_1 以及应该供给的被炉子和其他设备储存起来的储存热量 q_c 。因此,设供给热量是 Q_s [kcal], 则

$$Q_s = Q_0 + q_1 + q_c \text{ [kcal.]} \quad (13.35)$$

(3) 热效率和所需要的功率

热效率
$$\eta = \frac{Q_0}{Q_s} \quad (13.36)$$

所需要的功率
$$P = \frac{Q_0}{860T\eta} = \frac{M(C\theta + h)}{860T\eta} \text{ [kW]} \quad (13.37)$$

其中, T 是供给功率的时间[h]。

[例题 1] 计算用电炉溶解比热是 $0.12 \text{ kcal/kg}\cdot^\circ\text{C}$, 初始温度是 30°C , 融点是 1500°C 的铸钢 5 t 时所需要的电能, 其中炉子的效率是 80% , 铸钢的溶解热是 80 kcal/kg 。

[解答] 应用式(13.34), 有效热量 Q_0 [kcal] 为

$$\begin{aligned} Q_0 &= M(C\theta + h) = 5 \times 10^3 \times (0.12 \times 1500 + 80) \\ &= 1.3 \times 10^6 \text{ kcal} \end{aligned}$$

这里, 设所需要的电能是 W [kW·h], 所以需要把式(13.37)乘以 T [h] 倍。

$$W = PT = \frac{Q_0}{860\eta} = \frac{1.3 \times 10^6}{860 \times 0.8} \approx 1890 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

[例题 2] 计算额定电压是 100 V , 功率是 600 W 的电热器所用的镍铬电热丝发热体的直径和长度。其中, 发热体的表面电功率密度是 5 W/cm^2 , 镍铬电热丝的电阻率是 $120 \mu\Omega\cdot\text{cm}$ 。

【解答】 镍铬电热丝的电阻 $R[\Omega]$ ，可由电压 $U=100\text{V}$ ，容量 $P=600\text{W}$ 来求

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{100^2}{600} = \frac{100}{6} \Omega$$

这里，设发热体的直径是 $D[\text{m}]$ ，长度是 $l[\text{m}]$ ，则表面电功率密度 $\gamma[\text{W}/\text{cm}^2]$ 为

$$\gamma = \frac{P}{\pi D l} = \frac{600}{\pi D l} = 5 \text{ W}/\text{cm}^2 \quad (1)$$

另外 $R = \rho \frac{l}{A} = \rho \frac{4l}{\pi D^2} = 120 \times 10^{-6} \times \frac{4l}{\pi D^2} = \frac{100}{6} \Omega$

$$(2)$$

由式(1)得， $l = \frac{120}{\pi D} [\text{m}]$ ，把这个结果代入式(2)并整理

$$D^3 = \frac{120 \times 10^{-6} \times 4 \times 120 \times 6}{100\pi^2}$$

$$D = \sqrt[3]{351} \times 10^{-2} \approx \left[7^3 \times \left(1 + \frac{8}{7^3} \right) \right]^{\frac{1}{3}} \times 10^{-2}$$

$$= 7 \left(1 + \frac{1}{3} \times \frac{8}{7^3} \right) \times 10^{-2}$$

$$= 7.05 \times 10^{-2} = 0.0705 \approx 0.071 \text{ cm}$$

把 D 值代入式(1)并整理

$$l = \frac{600}{5\pi D} = \frac{600}{5\pi \times 0.071} = 538.3 \text{ cm}。$$